

# Chapitre 4

## Les défaillances du marché

Nous avons vu que l'ECG est OP. Ce théorème est montré sous toutes les hypothèses que nous avons posées pour l'ECG. Mais dans la réalité ces hypothèses ne sont pas toutes satisfaites. Si on relâche ces hypothèses nous allons voir maintenant que l'équilibre n'est plus optimal. Il existe donc par définition des ASP possibles. Ces ASP sont les fondements de la politique économique.

Les défaillances du marché sont regroupées par les économistes en 5 catégories. Les externalités, les biens publics, les équilibres de concurrence imparfaite, les défauts d'information. Nous regrouperons dans une cinquième catégorie divers autres défaillances qui apparaissent quand on relâche d'autres petites hypothèses.

### Section I : Les externalités et les biens publics

§1- Définitions

§2- Externalités

§3- Biens publics

#### §1) Définitions

Les biens dont on a parlé jusqu'à présent avaient 2 caractéristiques : ils étaient rivaux et excluables, c'étaient des biens privés.

##### **A) rivalité et excluabilité**

**La Rivalité** : signifie que l'usage d'un bien par un agent empêche l'usage (pour la consommation ou la production) par les autres. Si une pomme est consommée par Alice elle ne peut l'être par Blaise. Si le producteur 1 utilise le travail d'Alice, le producteur 2 ne peut l'utiliser. Les biens qui ont cette propriété sont des biens rivaux. Mais il existe des biens n'ont pas cette propriété, qui sont non rivaux. Si Alice se baigne dans la piscine municipale, cela n'empêche pas Blaise de s'y baigner également. Si le producteur 1 utilise Internet cela n'empêche pas les autres d'utiliser ce même bien.

La rivalité est un attribut purement physique du bien.

**L'Excluabilité** : signifie qu'il physiquement et légalement possible d'exclure certains agents de l'usage d'un bien. Alice peut physiquement mettre une pomme dans sa poche et légalement elle peut faire valoir son droit de propriété pour empêcher que Blaise ne la mange. Les biens qui ont cette propriété sont des biens excluables. Mais il existe des biens n'ont pas cette propriété, qui sont non excluables. Alice ne peut pas physiquement exclure de sa consommation la fumée de cigarette de Blaise. On ne peut physiquement exclure Alice de la consommation des programmes de TF1, Alice peut légalement utiliser le théorème de Pythagore, car il n'y a pas de droit de propriété sur cette découverte.

L'excluabilité est un attribut physique et légal. Une caractéristique physique du bien fait que le droit de propriété sur ce bien ne peut pas être bien défini. En 1624, les Anglais ont inventé le principe du brevet qui donne un droit de propriété sur certaines inventions ; ainsi, une invention brevetée devient un bien excluable. Le décodeur rend physiquement possible l'exclusion de la réception des programmes de Canal + et le droit de propriété rend légal le paiement de l'abonnement.

## B) Bien public et externalité

On pourrait dire simplement que : Un bien rival et excluable est un *bien privé*. Un bien non rival est un *bien public*. Un bien non excluable est une *externalité*.

**Un bien public** est un bien non rival. La non rivalité implique la possibilité d'une consommation collective (Justice, éclairage urbain, paix civile les idées...).

Il est donc impossible de faire payer les agents par le marché.

**Une externalité** est un bien non excluable, on ne peut pas empêcher un agent d'utiliser le bien. C'est l'effet obligé de l'activité économique d'un agent (consommation et production) sur la *fonction objectif* d'un autre agent (utilité et profit).

Il est donc difficile que ce bien ait un droit de propriété et donc qu'il y ait un marché.

Exemples :

- Alice se parfume et Blaise en tire une satisfaction sans avoir à payer.
- un producteur qui pollue. Il y a un effet obligé sur la fonction d'utilité du voisin (qui diminue) et/ou sur la fonction de profit du voisin blanchisseur (qui diminue aussi).
- Cas de doubles d'externalités de production : un producteur de fleurs ( $q_1$ ) et de miel ( $q_2$ )

Le pollen (produit par les fleurs) est non excluable : il s'agit d'une externalité positive ; si  $q_1$  augmente alors  $q_2$  augmente et donc le profit du producteur de miel aussi. De même plus il y aura de miel et donc d'abeilles plus il y aura de polénisation et plus il y aura de pommes.

Deux remarques :

- On utilise le terme externalité car ces biens sont extérieurs au marché : il n'existe pas de marché pour le parfum d'Alice, pour les poussières de charbon, pour le pollen. Donc pas de prix qui fournisse l'information nécessaire à la coordination.
- Celui qui reçoit l'externalité ne contrôle pas ces externalités.

Nous pouvons qualifier les externalités de : positives, négatives, de consommation, de production.

$$\frac{\partial U^b(x_1, x_2, \dots, \text{parfum}^a)}{\partial \text{parfum}^a} > 0 \text{ externalité positive de consommation que Blaise ne contrôle pas}$$

$$\frac{\partial U(x_1, x_2, \dots, \text{pollution})}{\partial \text{pollution}} < 0 \text{ externalité négative de consommation que le pollué ne contrôle pas}$$

$$\frac{\partial \Pi^{\text{miel}}(v_1, \text{pollen}, \dots)}{\partial \text{pollen}} > 0 \text{ externalité positive que le producteur pommes ne contrôle pas}$$

$$\frac{\partial \Pi^{\text{blanchisseur}}(\text{charbon})}{\partial \text{charbon}} < 0 \text{ externalité négative de production que blanchisseuse ne contrôle pas}$$

### C) La distinction entre Externalités et Biens Publics est délicate et confuse

D'abord, dans le langage courant un « bien public » désigne des biens qui ne sont pas nécessairement non rival. Par exemple le palais de l'Elysée est un bien public mais vous ne pouvez pas vous y installer.

Plus ennuyeux :

- Les biens publics peuvent être aussi non excluables. C'est le cas par exemple de la Justice ; en effet, les agents qui ne l'aiment pas sont obligés de s'y soumettre le cas échéant.

Même cas pour la défense militaire puisque les antimilitaristes (qui aiment la paix mais pas la défense militaire) sont pourtant obligés de la consommer.

- Les externalités peuvent aussi être non rivales. C'est le cas pour la pollution.

Pour y voir plus clair on peut croiser les définitions

	Excluable	Non excluable
Rival	<b>1 Biens Privés</b> pommes	<b>2 Externalités privées</b> Champignons Baleines des eaux internationales
Non rival	<b>3 Biens publics</b> Piscine municipale Innovation Brevetée Phare par signaux sonore codés Canal +	<b>4 Bien public pur</b> Justice... mais aussi la pollution Théorème de Pythagore Phare par signal lumineux TF1

Remarque sur cas 3 et 4: pour rendre un bien excluable, on invente un moyen technique (décodeur...) et/ou on donne un droit de propriété à canal + ou un brevet à l'inventeur. On peut donner un droit à polluer, ou un droit à l'air pur. Ce qui montre bien que l'excluabilité est un attribut physique et légal et que des fois il y a moyen de créer un marché.

Remarque sur cas 2 : le problème pour les externalités privées. C'est la *tragédie des communs*. Par exemple, les baleines des eaux internationales, les rhinocéros ; il s'agit de biens non excluables et rivaux. Cela entraîne que les agents rationnels vont épuiser le stock rapidement, puisqu'il n'existe pas de droits de propriété. En Afrique du sud les rhinocéros ont été sauvés du braconnage par l'appropriation des réserves et leur exploitation en chasse organisée.

Puisque beaucoup de biens possèdent la caractéristique d'être des biens publics et des externalités, pour ne pas confondre externalité et bien public :

- on peut dire que les Biens Publics sont produits volontairement (la justice) et que les externalités (la pollution) est un effet non voulu de l'activité économique.

- on peut se concentrer sur les propriétés de non rivalité et d'excluabilité. Pour éviter les confusions nous allons donc nous intéresser aux propriétés des biens de *non-rivalité* et de *non excluabilité* et montrer que :

---

**Théorème** : *s'il existe des biens non rivaux et/ou des biens non excluables alors l'ECG n'est plus optimal au sens de Pareto.*

---

C'est là le fondement de la politique économique. Puisque dans ces cas on va se demander si une solution centralisée est préférable au sens de Pareto au libre jeu du marché..

## §2) Les externalités : la non excluabilité

On va montrer qu'en présence de biens non excluables, l'ECG est différent de l'OP. L'idée est la suivante : L'ECG est OP car le système des prix de marché tient compte de tous les coûts et de tous les avantages des activités économiques. En présence d'externalités, des coûts ou des satisfactions ne sont pas marchandisés. L'ECG  $\neq$  OP car il n'existe pas de marché pour les externalités et donc il n'y a pas transmission de toute l'information nécessaire pour réaliser l'OP.

Nous allons modéliser un problème d'externalité de production. Il y a un consommateur et deux producteurs. L'activité de production du bien 2 génère une externalité. Le modèle est :

$$q_1 = f^1(L^1, q_2) \quad (1)$$

$$q_2 = f^2(L^2) \quad (2)$$

$$L_1 + L_2 + l = \gamma \quad (3)$$

$$U = U(q_1, q_2, l) \quad (4)$$

L'externalité apparaît dans la fonction de production de bien 1.  $L^1$  est un input, le producteur 1 achète la quantité qu'il souhaite de  $L^1$ . Par contre, il n'achète pas la quantité désirée de  $q_2$  car il s'agit d'une externalité. Mathématiquement, le producteur 1 peut dériver par rapport à  $L^1$  mais ne peut pas le faire par rapport à  $q_2$ . Ce n'est pas, pour lui, une variable de contrôle.

L'externalité  $q_2$  peut être négative : le producteur 2 pollue et le prod 1 est une blanchisseuse.

$$\partial f^1 / \partial q_2 < 0$$

L'externalité  $q_2$  peut être positive : le producteur 2 produit des fleurs et le prod 1 du miel.

$$\partial f^1 / \partial q_2 > 0$$

On va calculer les propriétés de l'ECG, puis les conditions d'optimalité, puis montrer qu'elles sont différentes.

### **A) Propriétés de l'ECG (solution décentralisée)**

La question est : qu'est ce qui se passe dans une économie concurrentielle ?

Au niveau décentralisé, les agents résolvent les problèmes suivants :

- Le problème du conso :  $L = U(q_1, q_2, l) + \lambda [p_1 q_1 + p_2 q_2 - w(\gamma - L_1 - L_2 - l)]$

- Le problème du prod 1 :  $\Pi^1 = p_1 \cdot f^1(L^1, q_2) - w L^1$

- Le problème du prod 2 :  $\Pi^2 = p_2 \cdot f^2(L^2) - w L^2$

Le consommateur maximise son utilité :  $\frac{\partial U / \partial q_1}{\partial U / \partial l} = \frac{p_1}{w}$  et  $\frac{\partial U / \partial q_2}{\partial U / \partial l} = \frac{p_2}{w}$

Les producteurs maximisent leur profit :  $Max \pi^1 \Rightarrow p_1 \frac{\partial f^1}{\partial L^1} = w$  et  $Max \pi^2 \Rightarrow p_2 \frac{\partial f^2}{\partial L^2} = w$

On arrange ces conditions du premier ordre pour faire apparaître les propriétés de l'ECG :

$$\boxed{TMS_{1l}^{EG} = \frac{\partial U / \partial q_1}{\partial U / \partial l} = \frac{p_1}{w} = \frac{1}{\partial f^1 / \partial L^1} = TTP_{1l}^{EG}} \quad (EG1)$$

$$\boxed{TMS_{2l}^{EG} = \frac{\partial U / \partial q_2}{\partial U / \partial l} = \frac{p_2}{w} = \frac{1}{\partial f^2 / \partial L^2} = TTP_{2l}^{EG}} \quad (EG2)$$

Conditions biens connues... à l'ECG le TMS est égalisé au TTP grâce à l'information donnée par les prix.

## B) Conditions de l'OP (solution centralisée)

La question maintenant est : Qu'est ce qui est le mieux pour cette économie ?

Au niveau centralisé, le dictateur bienveillant qui connaît  $U, f^1, f^2, \gamma$ , va résoudre le problème :

$$L(.) = U(q_1, q_2, l) + \lambda_1 (q_1 - f^1(L^1, q_2)) + \lambda_2 (q_2 - f^2(L^2)) + \lambda_3 (\gamma - L^1 - L^2 - l)$$

Les 8 conditions du premier ordre sont (les 5 premières) :

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{\partial L}{\partial q_1} = \frac{\partial U}{\partial q_1} + \lambda_1 = 0 \\ (2) \quad & \frac{\partial L}{\partial q_2} = \frac{\partial U}{\partial q_2} - \lambda_1 \frac{\partial f^1}{\partial q_2} + \lambda_2 = 0 \\ (3) \quad & \frac{\partial L}{\partial l} = \frac{\partial U}{\partial l} - \lambda_3 = 0 \\ (4) \quad & \frac{\partial L}{\partial L^1} = -\lambda_1 \frac{\partial f^1}{\partial L^1} - \lambda_3 = 0 \\ (5) \quad & \frac{\partial L}{\partial L^2} = -\lambda_2 \frac{\partial f^2}{\partial L^2} - \lambda_3 = 0 \end{aligned}$$

Plus (6), (7), (8) que l'on n'utilisera pas (il s'agit des 3 contraintes)

- Calculons  $TMS_{1l}^{OP}$  et  $TTP_{1l}^{OP}$  (pour les comparer à  $TMS_{1l}^{EG}$  et  $TTP_{1l}^{EG}$ )

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{\partial U}{\partial q_1} = -\lambda_1 \\ (3) \quad & \frac{\partial U}{\partial l} = \lambda_3 \end{aligned} \quad \text{et} \quad \begin{aligned} (4) \quad & \frac{\partial f^1}{\partial L^1} = -\frac{\lambda_3}{\lambda_1} \end{aligned} \quad \text{donc : } \boxed{TMS_{1l}^{OP} = \frac{\partial U / \partial q_1}{\partial U / \partial l} = \frac{1}{\partial f^1 / \partial L^1}} \quad (OP1)$$

- Calculons  $TMS_{2l}^{OP}$  et  $TTP_{2l}^{OP}$

$$(4) \text{ et } (3) \Rightarrow -\lambda_1 = \frac{\partial U / \partial l}{\partial f^1 / \partial L^1} \quad \text{et} \quad (5) \text{ et } (3) \Rightarrow -\lambda_2 = \frac{\partial U / \partial l}{\partial f^2 / \partial L^2}$$

En portant ces valeurs dans (2), nous obtenons :

$$\frac{\partial U}{\partial q_2} + \left( \frac{\partial U / \partial l}{\partial f^1 / \partial L^1} \right) \frac{\partial f^1}{\partial q_2} - \left( \frac{\partial U / \partial l}{\partial f^2 / \partial L^2} \right) = 0 \quad \text{soit encore} \quad \frac{\partial U}{\partial q_2} = \frac{\partial U}{\partial l} \left( \frac{1}{\partial f^2 / \partial L^2} - \frac{\partial f^1 / \partial q_2}{\partial f^1 / \partial L^1} \right)$$

$$\text{En définitive : } \boxed{TMS_{2l}^{OP} = \frac{1}{\partial f^2 / \partial L^2} - \frac{\partial f^1 / \partial q_2}{\partial f^1 / \partial L^1}} \quad (OP2)$$

### C) Comparaison entre ECG et OP

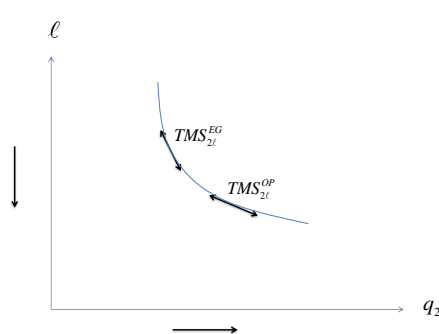
Les équations EG1 et OP1 sont les mêmes mais les équations EG2 et OP2 sont différentes. Donc dans cette économie, **l'ECG n'est pas un OP**. Examinons pourquoi.

- Si  $\partial f^1 / \partial q_2 = 0$ , c'est-à-dire s'il n'y avait pas d'externalité alors  $OP2 \equiv EG2$  et il n'y aurait aucun problème.

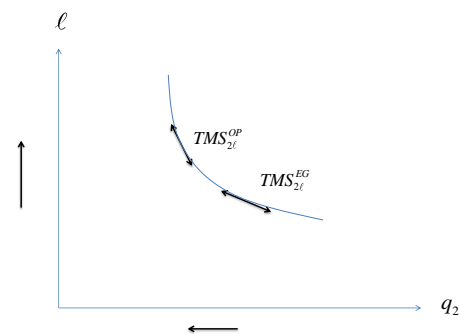
- Si  $\partial f^1 / \partial q_2 > 0$ , si l'externalité est positive (2=fleurs et 1=miel) alors  $TMS_{2l}^{EG} > TMS_{2l}^{OP}$ .

Le consommateur **serait mieux (!)** en diminuant son  $TMS_{2l}^{EG}$ , s'il prenait moins de loisir et s'il consommait plus de bien 2. Malheureusement il n'y est pas incité par les prix. Les informations données par les prix le conduisent à EG1 et EG2. Seul le dictateur centralisé (omniscient) sait que la consommation de bien 2 est trop faible dans la mesure où une consommation plus forte demanderait une production supplémentaire qui conduirait (par le phénomène d'externalité) à produire et donc à consommer plus de bien 1. Comme le dictateur centralisé sait tout, il tient compte évidemment du fait que pour produire plus de bien 2 il faut que l'agent travaille plus. Le dictateur sait tout ça, parce qu'il « contrôle » tout et que lui, a dérivé  $\partial f^1 / \partial q_2$  dans l'équation (2) ce que ne pouvait faire le producteur 1 dans « Le problème du prod 1 ».

- Si  $\partial f^1 / \partial q_2 < 0$ , si l'externalité est négative (2 charbonnier et 1 blanchisseuse) alors  $TMS_{2l}^{EG} < TMS_{2l}^{OP}$ . Le consommateur serait mieux en augmentant son  $TMS_{2l}^{EG}$ , s'il prenait plus de loisir et s'il consommait moins de bien 2. Malheureusement il n'y est pas incité par les prix, seul le dictateur centralisé sait que la consommation de bien 2 est trop forte dans la mesure où elle nécessite une forte production qui pollue...



Externalité positive



Externalité négative

Moralité : En concurrence, on produit trop, au sens de Pareto, d'externalités négatives et pas assez d'externalités positives. Une décision centralisée est meilleure (au SP).

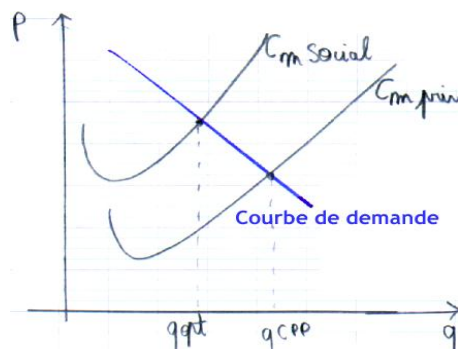
On vient, si l'on veut, de « justifier » l'intervention de l'Etat. Plus exactement on vient de montrer que si l'Etat était parfaitement informé et contrôlait tout parfaitement, alors sa décision serait meilleure au sens de Pareto que le jeu du marché. Cela ne justifie pas logiquement qu'il doive intervenir. Dire qu'il doit intervenir implique un jugement de valeur supplémentaire au critère de Pareto. On peut reconnaître l'existence d'une ASP et refuser l'intervention de l'Etat.

## D) Illustration en termes d'équilibre partiel

L'ECG est OP car tous les coûts et tous les avantages sont pris en compte par le système de prix.  $\frac{Cm_1}{Cm_2} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{Um_1}{Um_2}$  (le prix transmet l'information entre l'offre et la demande).

Tous les avantages et les coûts sont payés. Or les externalités sont des biens qui ne se payent pas, qui sont extérieurs au marché. La pollution est pourtant un coût pour la société, une destruction de ressources mais n'est pas payé par le charbonnier. Il produit trop et utilise trop de la ressource « air pur » puisqu'il ne la paye pas. Son coût de production ne reflète pas le coût pour la société.

Dans la théorie de l'équilibre partiel on distingue le coût privé (inputs que les producteurs doivent acheter) et le coût social (coût privé + valeur des ressources utilisée mais non achetées).



La quantité produite à l'équilibre concurrentiel est supérieure à la quantité qu'il devrait produire à l'optimum

**Exercice :** Alice produit un bien en quantité ( $a$ ), Blaise produit le même bien en quantité ( $b$ ).

Les fonctions de coût de production sont :

$$\text{pour Alice} \quad CT^a = 0.1a^2 + 6a$$

$$\text{pour Blaise} \quad CT^b = 0.2b^2 + 3b + 0.025a^2$$

Sur le marché concurrentiel, la courbe de demande pour le bien, a pour équation  $p^d = 15$ .

### 1) : commentez le problème d'Alice.

La fonction de coût de production d'Alice ne fait intervenir que les quantités produites de bien  $a$  ; alors que dans celle de Blaise, il y a intervention de  $a$ , c'est-à-dire que Blaise subit une externalité négative : c'est lui qui paie le désagrément engendré par la production d'Alice.

Alice génère une externalité négative (Blaise ne peut pas dériver par  $a$ ).

### 2) déterminez la quantité d'équilibre concurrentiel.

On utilise la propriété  $Cm = p$  (situation d'équilibre en économie de CPP).

Alice :

$$CT^a = 0.1a^2 + 6a$$

$$Cm^a = 2(0.1a) + 6 = 0.2a + 6$$

$$p^d = 15$$

$$0.2a + 6 = 15$$

$$0.2a = 9 \text{ d'où}$$

$$a^{EG} = 45 \text{ (production à l'équilibre général)}$$

Blaise :

$$CT^b = 0.2b^2 + 3b + 0.025a^2$$

$$Cm^b = 0.4b + 3$$

$$p^d = 15$$

$$0.4b + 3 = 15$$

$$0.4b = 12$$

d'où

$$b^{EG} = 30 \text{ (production à l'équilibre général)}$$

**3) déterminez la quantité optimale.**

$$CT^{société} = 0.1a^2 + 6a + 0.2b^2 + 3b + 0.025a^2$$

$$= 0.125a^2 + 0.2b^2 + 6a + 3b$$

$$\begin{cases} Cm^a = 0.25a + 6 \\ p^d = 15 \end{cases} \quad \begin{cases} Cm^b = 0.4b + 3 \\ p^d = 15 \end{cases}$$

$$a^{OP} = 36$$

$$b^{OP} = 30$$

**4) déterminez la taxe t que devrait payer Alice, par unité de quantité produite, pour que l'on puisse décentraliser l'optimum.**

Il faut alourdir les coûts de production d'Alice.

$$CT = 0.1a^2 + 6a + tx$$

$$Cm = 0.2a + 6 + t$$

$$p^d = 15$$

Alice va donc égaliser  $Cm$  au prix, d'où :  $0.2(a^{OP}) + 6 + t = 15$

$$t = 1.8 \text{ euros (prix à payer par unités produites)}$$

**E) Les solutions au problème des externalités**

Pour tous les problèmes que l'on va envisager (externalités, biens publics, défauts d'informations... nous donnerons toujours plusieurs solutions. Ces solutions iront des plus centralisées (intervention très importante de l'Etat, du dictateur bienveillant de l'organe central de planification...) aux plus décentralisées qui utiliseront au maximum les mécanismes du marché. Voir le 2<sup>ème</sup> théorème de l'économie du bien être.

**1) Le dictateur impose l'OP.** Il impose au deux producteurs les quantités produites et au consommateur les quantités à consommer.

**2) l'internalisation des externalités** les 2 agents (blanchisseur et charbonnier) coopèrent, ils fusionnent (*équilibre coopératif*). Ils vont coordonner leur production.

$$\text{Ici, le profit joint s'écrit : } \pi = p_1 f^1(L^1, q_2) + p_2 f^2(L^2) - wL^1 - wL^2$$

Le producteur unique connaît les deux fonctions de production et contrôle tout le processus **II peut dériver**  $\partial f^1 / \partial q_2$ . A titre d'exercice montrez que l'on retrouve l'optimum.

C'est une solution centralisée au niveau de la nouvelle entité 'les producteurs joints.

Mais en concurrence un problème se fait jour : celui du *cavalier seul* ; tôt ou tard, un des 2 agents va rompre l'accord.

**3) Taxer les pollueurs**, c'est le principe du *pollueur-payeur*. C'est une solution proposée par PIGOU en 1920.

L'Etat :  
 Taxe le générateur d'externalité négative, le pollueur  
 Subventionne la victime d'externalité négative, le pollué,  
 Subventionne les générateurs d'externalités positives,  
 Taxe les bénéficiaires des externalités positives.

Exemples : Taxer les pollueurs, les grosses voitures, les usines, le charbon, l'essence, les cigarettes, l'alcool, les entreprises qui licencient....

Si on impose une taxe sur la quantité produite par le producteur 2 et que l'on subventionne avec ce revenu fiscal le producteur 1 les fonctions de profit deviennent :



$$\pi^1 = p_1 f^1(L^1, q^2) - wL^1 + tq_2$$

$$\pi^2 = p_2 f^2(L^2) - wL^2 - tq_2$$

On généralise aux externalités négatives et positives précédentes en supposant :

$t > 0$  si le producteur 2 est un pollueur producteur de charbon (ext. négative)

$t < 0$  si le producteur 2 est un producteur de fleurs et de pollen (ext. positive)

On ne résous pas ce problème qui a la même forme mathématique que le suivant.

#### 4) Marchandiser les externalités réponse libérale de COASE (1960)

Remarque : les étudiants qui se plaignent des mathématiques dans la science économique devraient lire l'article de Coase ("the problem of social cost" Journal of Law and Economics 1960)... Il n'y a aucunes équations !!! Mais vous comprendrez vite l'intérêt de la formalisation, et comment on peut dire les choses beaucoup plus simplement avec un peu de mathématiques.

Pour Coase, le problème des externalités est qu'il n'y a pas de marché pour ces biens, et la raison pour lesquelles il n'y a pas de marché est qu'il n'y a pas de droit de propriété sur ces biens. L'idée de Coase est de créer des droits de propriété sur l'air pur, sur l'eau des rivières, le pollen... ainsi l'équilibre sera optimal, on retrouve OP1 et OP2. Montrons-le :

Supposons que l'on ait créé un droit de propriété sur l'air pur et qu'on le donne à la blanchisseuse. Le producteur 2 (charbonnier) va devoir acheter le droit de polluer, acheter l'air pur possédé par la blanchisseuse.

Supposons que l'on donne un droit de propriété sur le pollen des fleurs. Le producteur 2 (producteur de fleurs) va maintenant vendre son pollen.

Comme on a un marché, on a un prix pour l'externalité, on le note  $p_e$ . S'il s'agit d'une externalité positive alors  $p_e > 0$  (pollen), s'il s'agit d'une externalité négative alors  $p_e < 0$  (charbon).

Dans ce cas là, les fonctions de profit deviennent :

$$\text{Max}_{L^1, q^2} \quad \pi^1 = p_1 f^1(L^1, q^2) - wL^1 - p_e q_2$$

$$\text{Max}_{L^2} \quad \pi^2 = p_2 f^2(L^2) - wL^2 + p_e f^2(L^2)$$

La nouveauté est que maintenant **le producteur 1 contrôle la variable  $q_2$  puisqu'il l'achète.**

**Il peut donc, dans son calcul de maximisation, dériver  $\partial f^1 / \partial q_2$ .**

Les conditions du premier ordre sont :

$$(1) \quad p_1 \frac{\partial f^1}{\partial L^1} - w = 0$$

Pour le producteur 1 :

$$(2) \quad p_1 \frac{\partial f^1}{\partial q_2} - p_e = 0$$

$$\text{Pour le producteur 2 :} \quad (3) \quad p_2 \frac{\partial f^2}{\partial L^2} - w + p_e \frac{\partial f^2}{\partial L^2} = 0$$

On cherche EG2 qui posait problème : d'après (2),  $p_e = p_1 \frac{\partial f^1}{\partial q_2}$  portons ce résultat dans (3) :

$$p_2 \frac{\partial f^2}{\partial L^2} - w + p_1 \frac{\partial f^1}{\partial q_2} \frac{\partial f^2}{\partial L^2} = 0 \quad \text{Or d'après (1) : } p_1 = \frac{w}{\partial f^1 / \partial L^1}$$

$$\text{D'où } p_2 \frac{\partial f^2}{\partial L^2} = w - \frac{w}{\partial f^1 / \partial L^1} \frac{\partial f^1}{\partial q_2} \frac{\partial f^2}{\partial L^2}$$

$$\text{Nous obtenons } \boxed{\frac{p_2}{w} = \frac{1}{\partial f^2 / \partial L^2} - \frac{\partial f^1 / \partial q_2}{\partial f^1 / \partial L^1}} \text{ ECG 2'}$$

Résultats :

1) EG2'≡OP2 : on a bien retrouvé l'optimalité. L'équilibre concurrentiel est redevenu optimal en marchandisant les externalités, en créant "des droits de propriété". Intuitivement, la blanchisseuse est dédommée (puisqu'elle vend son air pur), le charbonnier est désincité à trop produire (puisque son coût augmente car il achète l'air pur). En respectant EG2' la quantité produite  $q_2$  et donc la quantité de pollution sera optimale.

2) Il est clair que si on remplaçait  $p_e$  (solution de COASE) par  $-t$  (solution de PIGOU), on obtiendrait le même résultat. Donc on peut retrouver l'optimalité aussi en "taxant les pollueurs". Les deux solutions sont mathématiquement équivalentes. Taxer les pollueurs ou marchandiser les externalités revient au même.

3) **Que vaut il mieux ?** la solution où l'Etat intervient le plus (taxer) ou la solution où il intervient le moins (créer des droits) ??? La réponse dépend des difficultés opérationnelles :

Problème avec la solution de Pigou : il faut que l'Etat détermine le montant de la taxe  $t = -p_1(\partial f^1 / \partial q_2)$ . Donc l'Etat doit disposer d'une information gigantesque, toutes les équations. L'avantage de la solution de Coase, c'est que le marché calcule lui-même  $p_e$ . C'est une solution beaucoup plus aisée (le marché internalise de lui-même les externalités : les agents négocient entre eux et on obtient un prix d'équilibre qui contente tout le monde). C'est une application du 2<sup>ème</sup> théorème. C'est mieux de faire intervenir le marché car on n'a besoin d'aucune information.

Problèmes avec la solution de Coase : i) *pour créer des droits de propriété il faut créer un mécanisme physique (un compteur, un decodeur...) pour que chacun ne paie/ne soit indemnisé que pour la quantité qu'il consomme* (que l'on ait une véritable variable de contrôle). Mais cela est pratiquement impossible puisque le problème des externalités est justement que ce sont des biens non excluables. Le problème n'est pas de créer des droits, puisque si ces droits n'existent pas c'est justement parce que le bien n'est pas excluable. Le problème c'est la non excluabilité. ii) Cette politique de distribution de "droits d'émission négociables" pour les Gaz à Effet de Serre est mise en place dans l'UE depuis 2005 (il existe aux USA et viens d'être mis en place par le Chine). Le problème pratique est la fixation du niveau maximal d'émission de CO2 qui conduit à la distribution gratuite des quotas d'émission à chaque entreprise. On a émis et distribué trop de droit à polluer et le cours du droit s'est effondré en 2006. Depuis les politiques tâtonnent pour déterminer le quota maximal. iii) Enfin certains comme Michael Sandel (2012) prétendent que "c'est mal de vendre des droits à

polluer". Il y a quelques années on entendait cette remarque... on l'entend moins. Ce que la société considère comme Bien ou Mal change avec le temps<sup>1</sup>. Par exemple jusqu'au 18<sup>ème</sup> siècle on prétendait que le prêt à intérêt était "mal"... on ne le pense plus.

4) Coase explique que peu importe à qui on distribue le droit de propriété.

i) On peut (comme ci-dessus) donner le droit de propriété sur l'air pur à la blanchisseuse1.

$$p_e = p_1 \frac{\partial f^1}{\partial q_2} < 0 \quad , \quad \pi^1 = p_1 f^1(L^1 q^2) - wL^1 + \text{droits} - p_e q_2 \quad , \quad \pi^2 = p_2 f^2(L^2) - wL^2 + p_e q_2$$

La blanchisseuse1 vend son air pur. Ses recettes augmentent du dernier terme. Le charbonnier2 achète de l'air, le droit de polluer. Son coût augmente du dernier terme.

ii) On peut donner le droit de propriété sur l'air au charbonnier2.

$$p_e = p_1 \frac{\partial f^1}{\partial q_2} < 0 \quad , \quad \pi^1 = p_1 f^1(L^1 q^2) - wL^1 - p_e q_2 \quad , \quad \pi^2 = p_2 f^2(L^2) - wL^2 + \text{droits} + p_e q_2$$

La blanchisseuse achète de l'air pur. Elle en achète moins quand  $q_2$  augmente. Ses dépenses diminuent du dernier terme. Le charbonnier2 vend son air pur. S'il produit  $q_2$  il se prive de la vente d'air. Son coût d'opportunité augmente du dernier terme. Dans les deux cas les incitations fonctionnent dans le bon sens et permettent de retrouver l'optimum.

iii) Cet argument est provocateur mais logique. Peu importe à qui sont donnés les droits (une simple constante) puisque ce qui importe c'est d'atteindre la "pollution optimale" donnée par ECG 2'. Ce qui "provoque" c'est que la richesse de celui qui reçoit le droit augmente et qu'on n'a pas envie que le "méchant pollueur" soit enrichi dans cette affaire. Mais on ne parle pas ici de justice (d'ailleurs le pollueur est-il méchant ? mérite-t-il moins que la blanchisseuse ?), mais de pollution optimale, d'efficacité.

## F) les externalités de sentiments

Selon le principe des externalités, le bien-être d'un agent dépend de l'activité économique des autres agents. On peut étendre cette idée à tout ce que font les autres. Or les autres font des choses qui peuvent vous ... agacer !! Ils peignent leurs volets en mauve et cela heurte votre sens du beau. Ils caricaturent le prophète et cela heurte votre foi. Ils veulent se marier alors qu'ils sont homosexuels et cela vous agace... Or il existe des choses que les gens peuvent faire dans leur « sphère privée » et qui ne regardent qu'eux, et donc qu'on ne peut leur interdire. C'est bien là un principe du libéralisme. Une société libérale doit accepter cela. Et bien on va montrer que ce principe libéral est des fois en contradiction avec le principe de Pareto (qui dit qu'une société efficace doit réaliser des ASP). L'intérêt de ce phénomène mis en évidence par SEN est d'illustrer l'impossibilité de prendre des décisions sociales raisonnables comme l'annonçait le théorème d'impossibilité d'Arrow. Concrètement on va montrer que libéralisme et efficacité peuvent être en contradiction en présence d'externalités de sentiments.

<sup>1</sup> Cela n'exclut pas que le Bien et le Mal soient ces concepts absolus.

Définition du **critère libéral L** :  $\exists (x, y) / \text{si } x^c \succ^c y^c \text{ alors } x \succ^{SL} y$

Il existe des états sociaux  $x$  et  $y$  pour lesquels l'agent  $c$  est le seul concerné et pour lesquels la société doit accepter ses préférences. (S'il préfère les caleçons mauves ( $x$ ) plutôt que noir ( $y$ ) alors la société doit l'accepter au sens libéral SL).

On rappelle le **critère de Pareto P** :  $\text{si } \forall c, x^c \succ^c y^c \text{ alors } x \succ^{SP} y$

Supposons qu'il existe un livre pornographique et 2 agents : M. Prude (noté P) et M. Cochon (noté C). M. Prude est choqué (c'est une externalité de sentiment) par le fait que M. Cochon lise ce type de livre. Et Cochon est amusé (c'est une externalité de sentiment) par le fait que Prude le lise. On considère 3 états sociaux ( $s_1, s_2, s_3$ ) :

	P	C	
$s_1$	$\ell$	$\bar{\ell}$	(Prude lit, Cochon ne lit pas)
$s_2$	$\bar{\ell}$	$\ell$	(Prude ne lit pas, Cochon lit)
$s_3$	$\bar{\ell}$	$\bar{\ell}$	(personne ne lit)

Les préférences de Prude sont les suivantes :  $s_3 \succ^{\text{Prude}} s_1 \succ^{\text{Prude}} s_2$

Prude préfère  $s_1$  à  $s_2$  car il préfère « prendre le mal sur lui », ce qu'il déteste le plus c'est que Cochon lise, c'est là une externalité de sentiment.

Les préférences de Cochon sont les suivantes :  $s_1 \succ^{\text{Cochon}} s_2 \succ^{\text{Cochon}} s_3$

Cochon préfère  $s_1$  à  $s_2$  car il jubile de savoir que Prude lit le livre, c'est là une externalité de sentiment.

D'après le critère de Pareto on a :  $s_1 \succ^{SP} s_2$

D'après le critère Libéral on a :

Entre  $s_1$  et  $s_3$  seul Prude est concerné donc :  $s_3 \succ^{\text{Prude}} s_1 \Rightarrow s_3 \succ^{SL} s_1$

Entre  $s_2$  et  $s_3$  seul Cochon est concerné donc :  $s_2 \succ^{\text{Cochon}} s_3 \Rightarrow s_2 \succ^{SL} s_3$

Par transitivité de la relation d'ordre libérale  $s_2 \succ^{SL} s_1$

On a une contradiction entre le critère de Pareto et le critère libéral.

Autre exemple : faut-il marier Alice et Blaise ?

Les préférences d'Alice sont en priorité de se marier avec Blaise, sinon elle souhaite rentrer dans les ordres et au pire elle reste célibataire. Blaise lui veut rester célibataire, mais préfère quand même se marier avec Alice plutôt que de la voir rentrer dans les ordres.

Les préférences d'Alice :  $\text{mariage} \succ^a \text{ordres} \succ^a \text{célibat}$

Les préférences de Blaise :  $\text{célibat} \succ^b \text{mariage} \succ^b \text{ordres}$

D'après le critère de Pareto il est clair que tout le monde préfère le mariage aux ordres.

$$\text{mariage} \succ^{SP} \text{ordres}$$

D'un point de vue libéral :

Entre les ordres et le célibat c'est Alice qui décide donc :  $\text{ordres} \succ^{SL} \text{célibat}$

Entre le mariage et le célibat c'est Blaise qui décide donc :  $\text{célibat} \succ^{SL} \text{mariage}$

Par transitivité :  $\text{ordres} \succ^{SL} \text{mariage}$

Que faire, faut-il marier Alice et Blaise ?...

Conclusion : liberté et efficacité ne sont pas toujours synonymes. On a une limite de plus au critère de Pareto ; il peut entraîner des décisions non libérales. Inversement une limite du critère libéral est qu'il peut aller à l'encontre de l'unanimité.

## G) Les externalités de réseau

### 1) Définition

Un bien est sujet à des externalités de réseau lorsque sa valeur pour chaque utilisateur augmente avec le nombre d'utilisateurs. C'est le cas pour le téléphone, pour internet, pour la langue...

Le téléphone, internet, n'a aucune valeur pour vous si vous êtes le seul à l'avoir

Une langue n'a aucune valeur si vous êtes seul à la parler.

Les externalités viennent de l'extension du réseau. L'apport d'un nouvel utilisateur est valorisé par les  $n$  utilisateurs existants, car il crée  $2n$  services nouveaux (connections nouvelles) :

Le nouvel utilisateur a accès à  $n$  personnes soit  $n$  nouveaux services créés et dans le même temps les  $n$  utilisateurs ont accès à un utilisateur soit encore  $n$  services créés. L'apport d'un nouvel utilisateur est donc la création de  $2n$  services. <sup>2</sup>

Plus  $n$  est grand plus il est intéressant de rentrer dans le réseau, car plus les externalités sont grandes.

Ce phénomène est un motif particulièrement puissant dans le choix d'une langue seconde, dans le choix du réseau SFR ou itinériss. Dans les choix de langue ou de réseau téléphonique, la principale valeur associée au bien est celle de la communication, parce qu'il est le moyen par lequel peut s'opérer le plus grand nombre possible d'interactions. Le phénomène de réseau explique pourquoi une langue, un réseau téléphonique lorsqu'elle l'emporte sur d'autres langues possibles, prend généralement un essor et acquiert des avantages comparatifs de plus en plus grands. C'est le cas pour l'anglais, ou pour le réseau SFR

Alors si tout le monde utilise SFR, l'externalité sera exploitée au maximum. Mais sera t'on à l'optimum ? NON car on sera alors en Monopole. (qui n'est pas OP comme on le verra)

### 2) masse critique

Pour qu'un produit sujet à externalité de réseau soit produit, il faut atteindre une masse critique ; par exemple : j'ai 50 abonnés sur mon réseau, bientôt je n'en aurai plus car il y a un manque d'attractivité. Par contre, si j'ai 1million d'abonnés, j'en aurai bientôt plus car l'attractivité est certaine.

---

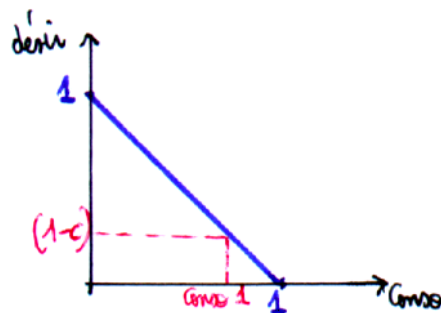
<sup>2</sup> ou on peut dire qu'il y avait dans le réseau précédent  $n(n-1)$  services et que l'on passe à  $(n+1)n$  services) et évidemment :  $(n+1)n - n(n-1) = 2n$

Le facteur déterminant pour commencer à bénéficier des externalités du réseau est d'atteindre une masse critique, ce qui implique que le producteur doit être suffisamment gros, ce qui peut conduire à des situations de monopole qui ne sont pas pareto optimale.

Exemple de modélisation de la demande de téléphone

Pour le téléphone ou pour internet les préférences des consommateurs sont sujettes à des externalités de réseau si l'utilité de chaque consommateur est croissante avec le nombre de consommateurs qui achètent la même marque.

Considérons un continuum d'utilisateurs potentiels de téléphone. Les utilisateurs sont ordonnés selon leur désir pour ce service et ils sont placés sur l'intervalle (0,1).  $c \in (0,1)$



Soit ( $n \in (0,1)$ ) le nombre actuel d'abonnés au téléphone (une proportion)

soit ( $p$ ) le prix de l'abonnement.

L'utilité du consommateur ( $c$ ) est donnée par:  $U^c = n(1-c)-p$  s'il s'abonne et  $U = 0$  si non.

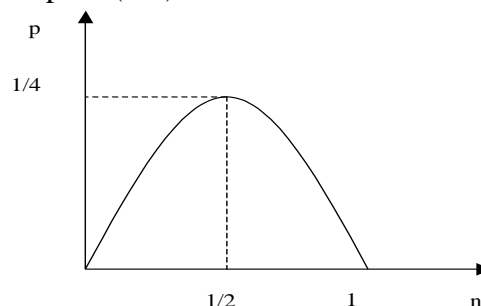
l'utilité croît avec  $n$  car il y a externalité de réseau, elle croît avec le désir ( $1-c$ ) elle diminue avec le prix

considérons le consommateur ( $c$ ) qui est le indifférent nous avons  $U^c = n(1-c)-p = 0$

le consommateur indifférent est le Nième consommateur c'est le consommateur marginal

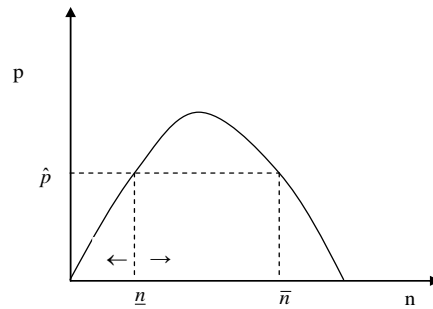
dont l'utilité est  $U^n = n(1-n)-p = 0$

on en tire le prix de demande :  $p = n(1-n)$  dont la courbe est :



Pour chaque prix d'offre compris entre 0 et  $1/4$  il y a 2 nombre de consommateur possible  $\underline{n}, \bar{n}$

Si le prix d'offre est  $\hat{p}$  il faut au minimum qu'il y ait  $\underline{n}$  abonnés, c'est la masse critique.



S'il y a  $\underline{n}$  abonnés l'utilité de chacun est faible car l'externalité est mal exploitée

Mais  $(\underline{n}, \hat{p})$  est un équilibre instable (remarque  $\hat{p} = \underline{n}(1 - \underline{n})$ )

Pour  $\hat{p}$  s'il y avait  $x \in (0,1)$  abonné de moins, l'utilité du conso marginal serait  $U = (\underline{n} - x)[1 - (\underline{n} - x)] - \hat{p} < 0$  Tout le monde se désabonne. (Montrez le)

S'il y avait  $x$  abonné de plus, l'utilité du conso marginal serait  $U = (\underline{n} + x)[1 - (\underline{n} + x)] - \hat{p} > 0$

Tous les consommateurs entre  $\underline{n}, \bar{n}$  ont intérêt à s'abonner. (Montrez le)

L'équilibre sera donc  $\bar{n}$

Mais encore faut 'il atteindre  $\underline{n}$  : c'est la masse critique. Elle ne peut être atteinte que par de grosses entreprises qui vont certainement être des monopoles. Les externalités de réseau génèrent le phénomène du "winner takes all". Les fondateurs de Microsoft, Amazon, Google, Uber, Airbnb, Skype, Facebook.... Se sont considérablement enrichis.

### 3) Réseaux et monopoles

Le problème est qu'en monopole, l'offre est plus petite qu'en concurrence. Donc les externalités ne vont pas être exploitées au maximum.

Pour simplifier supposons que les coûts de production sont nuls.

1) En CPP  $p = C_m$  On admet que le  $C_m$  d'un abonné supplémentaire est nul. Donc  $p=0$  en CPP.

Il y a donc 2 solutions  $\underline{n}=0$  et  $\bar{n}=1$ . En CPP la masse critique est nulle. Soit il n'y a pas de téléphone soit tout le monde l'a et les externalités sont exploitées au maximum on est à l'OP.

2) En monopole il va exploiter la fonction de demande qui dépend de  $n$

Son profit est :  $\Pi = p(n).n - 0$  puisque les coûts sont nuls

$$= n(1-n).n = n^2(1-n) = n^2 - n^3$$

$$d\Pi / d n = 2n - 3n^2 = n(2-3n) = 0$$

$$n^* = 2/3$$

Le monopole ne fournira le téléphone qu'à 2/3 de la population.

Les externalités de réseau ne sont pas exploitées au maximum.

## H) Les externalités de réseau croisées et les marchés biface.

On présente des concepts nouveaux inventés à la TSE autour de Jean Tirole (2003) et utilisés par les autorités de la concurrence au niveau national et communautaire dans la législation depuis 2010. Ces nouveaux concepts servent à réguler les pratiques anti concurrentielle complexes liées à internet. Certains « monopoles » sont les seuls moyens de produire des externalités positives.

### 1) Définitions

Les marchés biface sont des marchés qui mettent en relation, par l'intermédiaire d'une "plateforme" deux (ou plusieurs pour les marchés multiface) catégories d'utilisateurs interdépendantes, qui exercent l'une sur l'autre des externalités. Exemples :

- Un Night Club : L'intérêt de la plateforme (le Night Club) est d'attirer les deux faces du marché ; les hommes et les femmes. Les hommes y vont s'il y a beaucoup de femmes et réciproquement. Une stratégie "d'entrée gratuite" pour les femmes va en attirer beaucoup, ce qui rend le night-club attirant (externalité de réseau) pour un grand nombre d'hommes, qui sont prêts à payer un droit d'entrée élevé, assurant un profit maximal.

Exemple : La fonction de cout du night-club  $CT = 8Q + 70$ , le  $C_m$  d'un client est 8.

La fonction de demande des Alices  $Q^a = 30 - 2p^a$

La fonction de demande des Blaises  $Q^b = 30 - 2p^b + Q^a$

La présence des Alices exerce une externalité positive sur l'utilité des Blaises, la demande des Blaises est d'autant plus forte qu'il y a beaucoup d'Alices dans le night-club.

- Si  $p^a = p^b = 11,5$  alors  $Q^a = 7$  et  $Q^b = 14$  les Alices rapportent  $p^a \cdot Q^a - C_m \cdot Q^a = 11,5 \times 7 - 8 \times 7 = 24,5$  et les Blaises  $p^b \cdot Q^b - C_m \cdot Q^b = 11,5 \times 14 - 8 \times 14 = 49$ . Dans la société, 7 Blaises s'ennuient et le profit du night-club est faible  $24,5 + 49 - 70 = 3,5$ .

- Si  $p^a = 8$ ,  $p^b = 15$  alors  $Q^a = 14$ ,  $Q^b = 14$  les Alices rapportent  $p^a \cdot Q^a - C_m \cdot Q^a = 8 \times 14 - 8 \times 14 = 0$  mais les Blaises  $p^b \cdot Q^b - C_m \cdot Q^b = 15 \times 14 - 8 \times 14 = 98$ . Dans la société tout le monde s'amuse et le profit du night-club est maximal<sup>3</sup>.

Le premier tarif est mauvais pour l'ensemble de la société. Le second tarif semble prédateur pour les filles mais il internalise l'externalité.

- Les médias proposent un contenu journalistique et de distraction aux lecteurs/ auditeurs/ téléspectateurs qui peut être gratuit (ce qui en attire beaucoup) et un support publicitaire aux annonceurs (qui profitent de l'externalité de réseau) qui va être payant. Cette double tarification va maximiser le profit de la plateforme/média et produire des externalités croisées.

- La carte bancaire VISA est presque gratuite pour les utilisateurs, mais les commerçants reversent un pourcentage à la banque. Ces deux faces du marché profitent des externalités du réseau.

<sup>3</sup>  $\pi = p^a Q^a + p^b Q^b - 8(Q^a + Q^b) - 70$ , en remplaçant  $Q^a, Q^b$  on a :

$$\pi = 62p^a - 2p^{a^2} - 2p^a p^b + 76p^b - 2p^{b^2} - 790 \text{ et en maximisant ce profit :}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial p^a} = 62 - 4p^a - 2p^b = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \pi}{\partial p^b} = 0 \Rightarrow 76 - 2p^a - 4p^b = 0$$

En résolvant ces deux équations on obtient  $p^a = 8$  et  $p^b = 15$



- La plateforme musicale iTunes, les agences immobilières, les services de petites annonces ; eBay, le bon coin, Meetic, Bookink, B&B, blablacar, Uber... les plateformes de jeu vidéo avec joueur et développeurs de jeu, ....., sont des plateformes bifaces. Les vieilles « place des foires » du moyen âge le sont aussi ; les acheteurs bénéficient (gratuitement) d'un vaste choix, les vendeurs (qui payent les emplacements) d'une vaste clientèle.

Les exemples sont très divers, mais remarquons qu'ils ont en commun : 1) une tarification asymétrique ; une face du marché paye, pas l'autre. 2) Ces marchés biface exploitent tous des externalités croisées de réseau. 3) La plate forme fournit plusieurs (deux) produits « liés par les externalités» (information/publicité, vaste choix/vaste clientèle), ce qui permet de faire payer une face et pas l'autre. 4) le prix payé par une face ou par l'autre affecte le volume de transactions réalisé (ex : gratuit pour les femmes attire beaucoup de danseurs) et donc maximise le profit de la plateforme.

Rochet et Tirole (2006) proposent une définition simple d'un marché biface: Soient deux catégories d'agents : les acheteurs (A) et les vendeurs (V). Soit une plateforme qui tarifie les interactions réalisées entre acheteurs et vendeurs à des prix  $p_A$  et  $p_V$ . Soit  $p=p_A+p_V$  le prix total perçu par transaction réalisée. Le marché est un marché biface si le nombre d'interactions varie suite à une variation de  $p_A$  telle que  $p$  reste inchangé.

En résumé : La spécificité d'un monopole biface est qu'il peut jouer sur la structure des prix pour maximiser son profit. Sur un marché biface, la structure du prix  $P_A/P_V$ , affecte le volume de production des externalités. La plateforme a pour fonction de fournir des externalités positives aux deux parties du marché. Sur le marché biface le coté le plus disposé à payer subventionne l'autre. Sur les marchés biface l'effet de réseau fait que le gagnant prend tout le marché, « winner-takes-all ».

#### Rochet-Tirole (Platform Competition in Two-Sided Markets 2003)

Supposons que le nombre de transaction (le nombre de verres vendu de coût,  $c=8$ ) soit  $Q^a \cdot Q^b$  (Chaque garçon boit un verre avec chaque fille). Le profit du Night club est donc  $= (p^a + p^b - c)(Q^a \cdot Q^b)$ . Prenons le log :

$$\ln(\pi) = \ln(p^a + p^b - c) + \ln Q^a + \ln Q^b$$

Le max de profit est atteint pour :

$$\frac{\partial \pi}{\partial p^a} = \frac{1}{p^a + p^b - c} + \frac{\partial Q^a / \partial p^a}{Q^a} = 0 \Leftrightarrow p^a + p^b - c = \frac{p^a}{\eta^a} \text{ où } \eta^a \text{ est l'élasticité demande des A}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial p^b} = \frac{1}{p^a + p^b - c} + \frac{\partial Q^b / \partial p^b}{Q^b} = 0 \Leftrightarrow p^a + p^b - c = \frac{p^b}{\eta^b} \text{ où } \eta^b \text{ est l'élasticité demande des B}$$

On en tire facilement la Proposition 1 de Rochet-Tirole : Pour une plate-forme la structure des prix est telle que  $\frac{p^a}{\eta^a} = \frac{p^b}{\eta^b}$  et le prix total  $p = p^a + p^b$  est donné par la formule classique du monopole  $\frac{p-c}{p} = \frac{1}{\eta}$  avec  $\eta = \eta^a + \eta^b$ .

Le taux de marge sur une face est inversement proportionnel à l'élasticité de la demande de cette face. Les utilisateurs de Google, les touristes, les filles... payent moins cher. Une plate forme 1) pratique un prix global de monopole et 2) une structure de prix qui tient compte de l'externalité. C'est cette seconde distorsion qui pose des problèmes pour la régulation.

## 2) Problème de régulation

L'internalisation des externalités de réseau conduit le plus souvent à un monopole, du moins à la concentration. (On discute plus loin (section 2) de la régulation des monopoles) Mais ce type de monopole n'est pas nécessairement non optimal dans la mesure où il internalise au maximum les externalités de réseau. Avec ce type de marché, la situation peut être meilleure avec un monopole et des externalités produites que sans ce monopole. Remarquons que les externalités sont positives est que le monopole peut être la seule structure susceptible de la produire. Ce qu'on demande à Booking c'est une info sur tous les hôtels, s'il n'était pas un oligopole, Booking ne serait pas un informateur intéressant. Sur les marchés biface, plus de concurrence ne conduit pas nécessairement à une structure de prix plus efficace : si la structure de prix équilibre les incitations des deux faces, la structure efficace est celle adoptée par le monopoleur.

Il en résulte que la législation antitrust traditionnelle n'est pas la bonne : 1) un prix bas à destination d'une face du marché (à la limite un prix nul) n'est pas systématiquement une pratique prédatrice. On l'a vu c'est le reflet de la mise en oeuvre d'une stratégie optimale visant à satisfaire simultanément les deux côtés du marché. 2) Un prix différent du coût marginal n'est pas synonyme de non optimalité. 3) La marge élevée sur un côté du marché n'est pas un signe de non optimalité....

La bonne législation est à chercher au cas par cas. Exemples :

- Le monopole de Google : En 2010 L'Autorité de la concurrence, constate « L'activité de moteur de recherche et celle de fourniture d'espaces publicitaires constituent les deux versants d'un marché « biface », au sein duquel la réussite de la première conditionne l'attractivité de la seconde. » (§ 99). - S'agissant de l'existence de barrières à l'entrée, « Un moteur de recherche ayant une position très importante sur le côté « internautes » du marché biface peut donc se permettre d'investir prioritairement dans l'accroissement de la qualité du moteur de recherche afin de maintenir son avance, sans consacrer les mêmes efforts pour satisfaire les annonceurs de l'autre côté du marché biface. Il est en effet assuré que ceux-ci resteront tant que le moteur attirera l'essentiel des requêtes. » (§ 253) - L'Autorité conclut à la position dominante de Google sur le marché de la publicité en ligne et rappelle que cette position n'est pas condamnable en soi : « elle résulte d'un formidable effort d'innovation, soutenu par un investissement important et continu. » (§ 403)

- L'affaire Booking. En 2013, la Direction générale de la concurrence de la consommation et de la répression des fraudes (DGCCRF) assignait en justice le groupe Expedia, propriétaire des sites de réservation hotels.com et expedia.fr. Puis Booking fut attaqué par le ministre de l'Economie, Arnaud Montebourg. Le gouvernement juge illégal la clause dite de « *parité tarifaire* » imposée par Booking aux hôteliers. Selon cette clause les hôteliers ne pouvaient accorder de ristournes aux clients qui les joignaient directement ou par d'autres plateformes. Une pratique qui « *entrave significativement la liberté commerciale et tarifaire des hôtels* » qui ne pourraient ainsi s'affranchir de la commission de 15% versée à Booking. Cette clause impactait aussi les clients qui étaient dans l'incapacité d'obtenir de meilleurs tarifs. La loi Macron du 6 Aout 2015 interdit à Booking, Expedia et HRS les clauses de parité tarifaire qui empêchait une véritable mise en compétition de ces plateformes de réservation hôtelières. Les hôtels peuvent désormais mettre les plateformes en concurrence.

- L'affaire Google - Android : Google met gratuitement à la disposition des fabricants de smartphones le système d'exploitation Android. En 2016, selon la Commission européenne de la concurrence, Google aurait abusé de sa position dominante : En subordonnant l'installation de Google Play Store à l'obligation, pour les fabricants, de préinstaller Google Search et Google Chrome sur leurs appareils - En empêchant les fabricants de

vendre des smartphones fonctionnant sous des systèmes d'exploitation concurrents - En accordant des incitations financières aux fabricants à la condition qu'ils préinstallent en exclusivité Google Search sur leurs appareils.

- Rochet et Tirole [2008] prouvent que le fait d'obliger les marchands à accepter deux cartes de paiement simultanément peut avoir un effet positif sur le surplus social.

### **3 Conclusion**

L'étude des marchés multifaces est très récente. Aucun principe général ne se dégage sauf qu'il faut revisiter les modalités de contrôle de la concurrence. Wauthy (2008) imagine le scénario suivant : Google offre un logiciel de type Office à condition qu'on utilise exclusivement les services i-Google. Ce faisant, Google concurrence frontalement Microsoft. Peut-on considérer que la pratique de Google s'apparente à un abus de position dominante, à du dumping ? Puisque les services i-Google est coûteuse et est donc tarifée en dessous du coût marginal. S'agit-il alors d'une pratique prédatrice ? Sur quel marché ? Car en fin de compte, que vend Google ? De l'audience à destination d'annonceurs publicitaires, sous la forme de liens sponsorisés ou de mots clés. S'il en est ainsi, les utilisateurs de produits Google sont des inputs dans la chaîne de production de valeur. Il est dès lors parfaitement normal pour Google de les « acheter », i.e. de consentir une dépense pour attirer l'audience

#### **I) D'autres externalités**

En Macroéconomie l'an prochain on introduira des externalités du capital humain, du learning by doing...

### §3) Les biens publics : la non rivalité

On va montrer qu'en présence de biens non rivaux, l'ECG est différent de l'OP. L'idée est la suivante : La non rivalité implique la possibilité d'une consommation collective, cette propriété définit les biens publics comme la justice, l'éclairage urbain, la démocratie, les idées, les films téléchargeables sur Internet... La possibilité d'une consommation collective implique qu'il n'existe pas de marchés pour ces biens car une fois que le bien est produit le producteur ne peut le vendre à chaque agent puisque chaque agent peut le consommer sans avoir à l'acheter.

Nous voulons modéliser un problème de bien public. Les biens publics peuvent être des biens publics de production ou de consommation, pour simplifier on ne considère que les biens publics de consommation. Nous supposons que le bien 1 est un bien public, les autres biens sont des biens privés. La présence de biens publics engendre 2 types de modifications sur notre modélisation :

1) Un changements d'écriture des conditions d'équilibre du marché : Pour un bien privé ( $i$ ) la condition d'équilibre est :  $\sum_{c=1}^m x_i^c = q_i$ . Le marché est équilibré quand la somme des consommations est égale à la quantité offerte. Pour le bien public (1) la condition d'équilibre est :  $x_1^c = x_1 = q_1$ . Le marché est équilibré quand chaque agent consomme la quantité totale du bien public offerte.

2) Changements sur les fonctions d'utilité qui devient :  $U^c(x_1, x_2^c, x_3^c, \dots, x_n^c)$ . On n'indice pas la quantité consommée du bien 1 par l'agent  $c$  par l'indice  $c$  car chaque agent consomme toute la quantité de bien 1.

Pour modéliser le fait que le bien public est consommé par tous les agents, nous supposons deux consommateurs. Il suffit de supposer un seul producteur. Enfin en supposant 3 biens (2 privés et 1 public) nous pouvons exprimer les TMS et TTP entre les biens privés, et entre un bien public et privé. Le modèle est donc :

$$U^a(x_1, x_2^a, x_3^a) \quad (1) \quad x_1 = q_1 \quad (4)$$

$$U^b(x_1, x_2^b, x_3^b) \quad (2) \quad x_2^a + x_2^b = z_2 \quad (5)$$

$$F(q_1, z_2, z_3) = 0 \quad (3) \quad x_3^a + x_3^b = z_3 \quad (6)$$

#### A) Propriétés de l'ECG (solution décentralisée)

Chaque consommateur maximise  $L(x_1, x_2^c, x_3^c, \lambda) = U^c(x_1, x_2^c, x_3^c) - \lambda [p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3 - \omega^c]$

Il en résulte : 
$$\frac{\partial U^c / \partial x_2^c}{\partial U^c / \partial x_3^c} = \frac{p_2}{p_3} \quad \text{et} \quad \frac{\partial U^c / \partial x_1}{\partial U^c / \partial x_2^c} = \frac{p_1}{p_2}$$

Le producteur maximise  $L(q_1, z_2, z_3) = \sum_{i=1}^n p_i z_i + \lambda F(q_1, z_2, z_3)$

Il en résulte : 
$$\frac{\partial F / \partial z_2}{\partial F / \partial z_3} = \frac{p_2}{p_3} \quad \text{et} \quad \frac{\partial F / \partial q_1}{\partial F / \partial z_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

On obtient les propriétés d'ECG :

$$\boxed{TMS_{23}^a = \frac{p_2}{p_3} = TMS_{23}^b = \frac{p_2}{p_3} = TTP_{23}^{EC}} \quad (EG1)$$

$$\boxed{TMS_{12}^a = \frac{p_1}{p_2} = TMS_{12}^b = \frac{p_1}{p_2} = TTP_{12}^{EC}} \quad (EG2)$$

Conditions biens connues... à l'ECG le TMS égalise TTP grâce à l'info donnée par les prix.

**B) Conditions de l'OP (solution centralisée)**

Le dictateur bienveillant calcule que l'on est à l'optimum de Pareto lorsque l'utilité  $U^a$  est maximale sous les contraintes  $U^b = \bar{U}^b$ ,  $F(q_1, z_2, z_3) = 0$ ,  $x_1 = q_1$ ,  $\Sigma x_2 = z_2$ ,  $\Sigma x_3 = z_3$ . Le Lagrangien associé est :

$$L(x_1, x_2^a, x_3^a, x_1^b, x_2^b, q_1, z_2, z_3, \lambda_0, \lambda_b, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = U^a(x_1, x_2^a, x_3^a) + \lambda_0 F(q_1, z_2, z_3) + \lambda_b [U^b(x_1, x_2^b, x_3^b) - \bar{U}^b] + \lambda_1 (x_1 - q_1) + \lambda_2 (x_2^a + x_2^b - z_2) + \lambda_3 (x_3^a + x_3^b - z_3)$$

Les conditions du premier ordre sont :

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{\partial L}{\partial x_1} &= \frac{\partial U^a}{\partial x_1} + \lambda_b \frac{\partial U^b}{\partial x_1} + \lambda_1 = 0 & (5) \quad \frac{\partial L}{\partial x_3^b} &= \lambda_b \frac{\partial U^b}{\partial x_3^b} + \lambda_3 = 0 \\ (2) \quad \frac{\partial L}{\partial x_2^a} &= \frac{\partial U^a}{\partial x_2^a} + \lambda_2 = 0 & (6) \quad \frac{\partial L}{\partial q_1} &= \lambda_0 \frac{\partial F}{\partial q_1} - \lambda_1 = 0 \\ (3) \quad \frac{\partial L}{\partial x_3^a} &= \frac{\partial U^a}{\partial x_3^a} + \lambda_3 = 0 & (7) \quad \frac{\partial L}{\partial z_2} &= \lambda_0 \frac{\partial F}{\partial z_2} - \lambda_2 = 0 \\ (4) \quad \frac{\partial L}{\partial x_2^b} &= \lambda_b \frac{\partial U^b}{\partial x_2^b} + \lambda_2 = 0 & (8) \quad \frac{\partial L}{\partial z_3} &= \lambda_0 \frac{\partial F}{\partial z_3} - \lambda_3 = 0 \end{aligned}$$

Calculons les *TMS* et *TTP* entre biens privés

$$\frac{(2)}{(3)}, \frac{(4)}{(5)}, \frac{(7)}{(8)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3} = \frac{\partial U^a / \partial x_2^a}{\partial U^a / \partial x_3^a} = \frac{\partial U^b / \partial x_2^b}{\partial U^b / \partial x_3^b} = \frac{\partial F / \partial z_2}{\partial F / \partial z_3} \text{ autrement dit :}$$

$$\boxed{TMS_{23}^a = TMS_{23}^b = TTP_{23}} \quad (OP1)$$

Calculons les *TMS* et *TTP* entre le bien public (1) et un bien privé (le 2)

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\partial U^a / \partial x_1^a}{\partial U^a / \partial x_2^a} + \frac{\lambda_b \partial U^b / \partial x_1^b}{\partial U^a / \partial x_2^a} \text{ et } \frac{(6)}{(7)} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\partial F / \partial q_1}{\partial F / \partial z_2} = TTP$$

$$\text{enfin, (4) et (2)} \Rightarrow \frac{\partial U^a}{\partial x_2^a} = \frac{\lambda_b \partial U^b}{\partial x_2^b} \text{ On obtient : } \frac{\partial U^a / \partial x_1^a}{\partial U^a / \partial x_2^a} + \frac{\partial U^b / \partial x_1^b}{\partial U^b / \partial x_2^b} = \frac{\partial F / \partial q_1}{\partial F / \partial z_2} :$$

$$\boxed{TMS_{12}^a + TMS_{12}^b = TTP_{12}^{OP}} \quad (OP2)$$

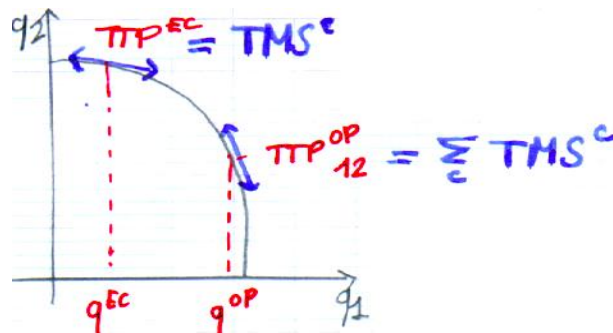
En généralisant facilement à  $m$  agents :  $\sum_{c=1}^m TMS_{1,i}^c = TTP_{1,i}^{OP}$  Le TTP optimal est égal à la somme des TMS.

**C) Comparaison de l'équilibre et de l'optimum**

On constate que (OP1) et (EG1) sont identiques, mais que (OP2) et (EG2) diffèrent. Donc on vient de montrer :

L'équilibre concurrentiel n'est pas optimal au sens de Pareto en présence de biens publics. Puisque le  $TTP_{12}^{optimal}$

correspond à la somme des  $TMS_{12}^c$  il est plus grand que le  $TTP_{12}^{EC}$ . On peut représenter cette différence sur la courbe des possibilités de production :



En concurrence, on ne produit pas assez de bien public. On devrait sacrifier plus de bien 2 pour produire des unités supplémentaires de bien public. Par exemple : on suppose pour simplifier que tous les agents Français sont identiques et qu'ils veulent donner 5€ pour un kilo de pommes et 100€ pour la justice. A l'équilibre concurrentiel, les producteurs (price taker) vont sacrifier 5€ pour produire un kilo de pomme et 100 € pour produire la justice. La production de pommes sera optimale mais pas celle de la justice. En fait il faudrait qu'ils sacrifient 100 € multiplié par le nombre de Français pour que la quantité produite de justice soit optimale. La concurrence entraîne une sous production de bien public. L'information donnée par des prix concurrentiels n'incite pas à produire assez de biens publics.

Comment résoudre ce problème ? Il existe en théorie une solution centralisée et une solution décentralisée.

### D) La solution décentralisée, le pseudo équilibre de LINDHAL

Contrairement à l'illustration précédente, il est réaliste de supposer que les agents n'ont pas les mêmes goûts : certains donneraient 100€, d'autres 500€ ou plus... pour consommer la justice. L'idée de LINDHAL (1919) est d'affecter à chaque agent un **prix personnalisé**  $p_1^c$ .

Il fait de plus l'hypothèse forte suivante : supposons que chaque agent annonce sa disponibilité à payer le bien public, la valeur qu'il y attache, son prix personnalisé  $p_1^c$  et le paye effectivement.

Remarque : le prix d'achat du bien public est noté  $p_1^c (p_1^a, p_1^b \dots)$ . Le producteur va vendre le bien public à chaque agent. Le prix de vente du bien public est :  $p_1^a + p_1^b + \dots = \left( \sum_{c=1}^m p_1^c \right)$ .

Calculons sous cette hypothèse l'équilibre concurrentiel :

$$\text{- Problème du consommateur : } \begin{cases} \text{Max } U^c(x_1, x_2^c, x_3^c) \\ \text{sous } p_1^c x_1 + p_2 x_2^c + p_3 x_3^c = \omega^c \end{cases} \Rightarrow TMS_{12}^c = \frac{p_1^c}{p_2}$$

$$\text{- Problème du producteur : } \begin{cases} \text{Max } \pi = \left( \sum_{c=1}^m p_1^c \right) q_1 + p_2 z_2 + p_3 z_3 \\ \text{sous } F(q_1, z_2, z_3) = 0 \end{cases} \Rightarrow TTP_{12} = \frac{\sum_{c=1}^m p_1^c}{p_2}$$

La propriété du pseudo équilibre concurrentiel est donc : 
$$\boxed{\sum_{c=1}^m TMS^c = TTP_{12}}$$

On a retrouvé la condition d'optimalité (OP2) ; le pseudo équilibre concurrentiel est optimal au sens de Pareto. On est bien parvenu à décentraliser l'optimum en faisant une simple hypothèse, que l'on doit examiner de plus près.

En fait cette hypothèse est franchement critiquable. Si elle vous a paru critiquable c'est que vous êtes devenu un vrai économiste. En effet elle est en contradiction avec l'hypothèse de rationalité. Un agent rationnel n'a pas dans ce modèle de raisons d'annoncer sa disponibilité à payer pour le bien non rival, puisque en

annonçant une disponibilité à payer nulle il consommera de toute façon le bien public dans sa quantité totale (la même pour tous). Ce problème porte le nom de problème du **passager clandestin** ou du **free-rider**.

Il n'y a donc pas de mécanisme décentralisé pour que les producteurs fassent payer les prix personnalisés aux consommateurs. Nous allons voir s'il existe une solution centralisée.

### E) La solution centralisée et le problème de la révélation des disponibilités à payer

La production de bien publics va être faite par l'Etat. L'Etat peut financer la production par les impôts et fournir le bien public aux consommateurs. La question que l'on va se poser est de savoir comment déterminer la quantité optimale de bien public que l'Etat doit fournir. La quantité optimale est déterminée par la condition OP2, c'est  $q_1^{OP}$ . Il faut donc que l'Etat connaisse la somme des  $TMS^c$  ou la somme des disponibilités à payer des agents. Le problème est donc le même que précédemment. Comment faire dire la vérité aux agents sur leurs disponibilités à payer le bien public ?

Il existe des mécanismes pour faire dire la vérité :

Par exemple dans la Bible (premier livre des rois) le **Jugement de Salomon** illustre un tel mécanisme. *Deux femmes ont dormi avec leurs enfants, au matin un enfant est mort. Chacune prétend que l'enfant survivent est le sien. Le Roi Salomon trouve le mécanisme suivant pour savoir laquelle dit vrai. « Apportez moi une épée et partagez l'enfant vivant en deux et donnez la moitié à l'une et la moitié à l'autre. » Alors la femme dont le fils était vivant dit « qu'on lui donne l'enfant, qu'on ne le tue pas ! » Alors Salomon dit « c'est elle la mère ». Ce mécanisme ne marche malheureusement qu'une fois.*

**L'enchère de Vickrey** (1961) en est un autre : Supposons que le conservateur du musée du Louvre veuille connaître la valeur de la Joconde ; c'est-à-dire, ce que le meilleur enchérisseur est prêt à payer. Classons les enchérisseurs par disponibilité à payer décroissantes :

Individu A : 10 000 € (en millions d'euros)

Individu B : 5 000 €

Individu C : 3 000 €

Si l'on organise des enchères montantes normales on ne connaîtra jamais le prix que l'agent A était prêt à payer puisque pour 5001 € il gagne l'enchère.

L'enchère de Vickrey propose que chaque agents remette un pli cacheté au commissaire priseur indiquant la valeur qu'il attache au tableau, sachant que celui qui donne le prix le plus élevé obtient l'objet mais qu'il n'aura à payer que le 2<sup>ème</sup> prix. Dire la vérité est la **stratégie dominante**. Concept de théorie des jeux : "la meilleure chose que vous avez à faire quoi que fassent les autres". L'idée est que ce qu'il paye est avec l'enchère de Vickrey, indépendant de la valeur qu'il attache au bien, donc il n'a plus de raison de cacher la valeur qu'il attache au bien. Par exemple le meilleur enchérisseur n'a pas intérêt à mentir : Si il dit 20 000 € il court le risque que quelqu'un dise 15 000. Si il dit 8 000 € il court le risque que quelqu'un dise 9 000 €... Cette procédure de Vickrey dite d'enchère au second prix est utilisée par **eBay**, le site de vente aux enchères sur Internet. Sur ce site la meilleure stratégie est de mettre votre vrai prix de réserve.

Sur cette base **GROVES** (1975) propose une solution pour que les contribuables révèlent leurs disponibilités à payer : chaque agent dit à l'Etat la somme qu'il est prêt à donner pour le bien public en sachant qu'il n'aura à payer qu'une taxe personnalisée ( $t^i$ ). L'Etat produira la quantité optimale de biens publics.

Le modèle de Groves :

Supposons que chaque agent à la fonction d'utilité séparable  $V^c = U^c(x_1) + x_i^c$  où  $i$  sont les biens privés, on pose  $p_i = 1$ . Supposons que chaque agent avoue à l'Etat son utilité  $U^c(x_1)$  pour le bien public, alors l'Etat

peut maximiser le bien Etre social :  $W = \sum_c U^c(x_1) - p_1 x_1$ , la somme des utilités moins le cout de production du bien public. La condition du premier ordre

$$\frac{\partial W}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow \sum_c \frac{\partial U^c}{\partial x_1} = p_1 \text{ On a bien } \sum_c TMS^c = p_1 = TTP \text{ et la quantité produite est optimale.}$$

En utilisant le mécanisme de l'enchère de Vickrey, l'Etat annonce à tous que chaque agent ne va payer que pour l'utilité qu'il en retire. Par exemple Alice ne paye que  $t^a = p_1 x_1 - \sum_{c \neq a}^m U^c$ .

Ce qu'elle paye est devenu indépendant de la valeur qu'elle attache au bien donc Alice à intérêt à dire la vérité et à annoncer  $U^a$ . En effet si elle dit la vérité elle payera  $t^a$  et sa contrainte budgétaire sera  $t^a + p_1 x_1^a = \omega^a$  soit comme  $p_1 = 1$  on a  $x_1^a = \omega^a - t^a$ , donc alicie maximise  $V^a = U(x_1) + \omega^a - t^a$  ou encore comme elle connait la règle fiscale  $V^a = U(x_1) + \omega^a - (p_1 x_1 - \sum_{c \neq a} U^c)$  soit encore :

$$V^a = \sum_{c \neq a} U^c + U^a(x_1) - p_1 x_1 + \bar{\omega}^a = \sum_c U^c(x_1) - p_1 x_1 + \bar{\omega}^a \quad (a)$$

$$\text{Si elle dit la vérité alors l'Etat va pouvoir maximiser } W = \sum_c U^c(x_1) - p_1 x_1 \quad (b)$$

Les équations (a) et (b) sont identiques c'est-à-dire que quoi que fassent les autres si Alice dit la vérité alors l'Etat va maximiser son utilité (celle d'Alice). C'est une stratégie dominante pour elle (et pour les autre) de dire la vérité.

Il existe donc une procédure théorique qui permet de financer optimalement les biens publics mais cette procédure n'est pas opérationnelle. Dans la réalité l'impôt n'est pas personnalisé, il n'est pas donc pas optimal.

### Conclusion sur les biens publics.

S'ouvre ici le domaine de l'économie publique traitant de la fiscalité optimale, de la révélation des préférences... On voulait dire que l'équilibre concurrentiel n'est plus optimal en présence de biens publics ; la situation centralisée est meilleure (intervention de l'Etat) mais se pose la question du financement optimal, de la quantité optimale produite de biens publics. On cherchera donc les procédures les moins mauvaises possibles.



## Section II : Les équilibres de concurrence imparfaite

On a montré que l'équilibre de concurrence parfaite est optimal au sens de Pareto. Mais il existe d'autres structures de marché. Des structures de concurrence imparfaite, il en existe beaucoup (le monopole, le duopole, l'oligopole, les cartels...). Nous étudierons les cas de monopole et de duopole.

L'hypothèse que nous relâchons ici est celle d'agent *price taker*. Nous allons voir que si les agents sont en partie *price-makers* le premier théorème est remis en cause ; les équilibres de concurrence imparfaite ne sont pas des optima au sens de Pareto.

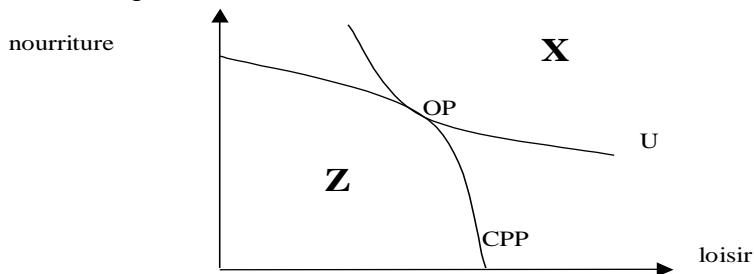
Souvent les situations de monopoles résultent de non convexités. Lorsque les rendements sont croissants les producteurs se retrouvent en position de monopole naturel. En présence de non convexités l'équilibre concurrentiel n'existe pas et l'optimum ne peut donc être décentralisé. Le deuxième théorème est remis en cause.

### §1) Les non convexités

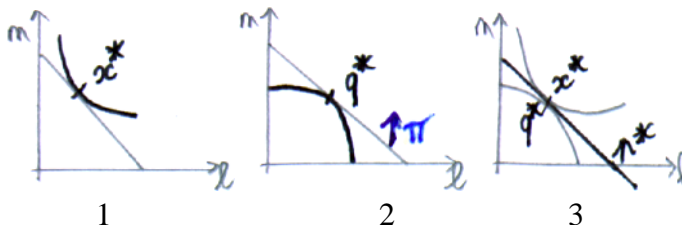
En présence de non convexités (de rendements croissants) il n'existe pas d'équilibre concurrentiel et l'optimum n'est pas décentralisable.

Le deuxième théorème dit que si  $Z$  et  $X$  sont convexes l'optimum est décentralisable ; réalisable par un ECG. Voyons pourquoi ? Reprenons le modèle de Robinson Crusoe avec 1 consommateur, 1 producteur et 2 biens loisir et nourriture.

L'optimum est réalisé au maximum d'utilité sous la CPP :



En concurrence, l'information donnée par les prix,  $p^*$ , permet de coordonner les décisions des agents producteurs et consommateurs : la pente correspond aux prix entre loisir et nourriture.



1- Le consommateur maximise son utilité sous sa CB, il choisit  $x^*$

2- Le producteur maximise son profit sous sa fonction de production, il choisit  $q^*$

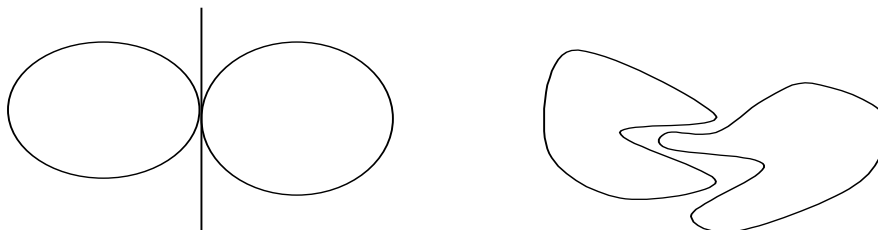
3- Les décisions  $x^*$  et  $q^*$  sont coordonnées par les prix  $p^*$  : c'est l'ECG  $x^*, q^*, p^*$ .

Conclusion : 1er théorème : L'ECG correspond à l'OP

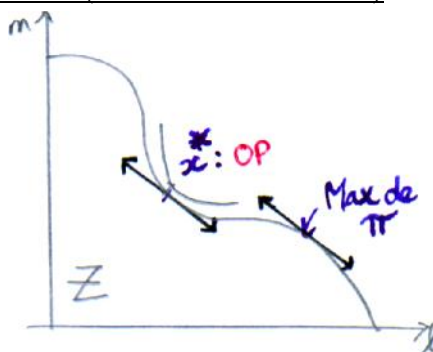
2ème théorème : l'OP peut être décentralisé par  $p^*$ .

Remarque : Pour que l'optimum soit décentralisable (par les prix), il faut que l'on puisse faire passer une ligne de séparation entre  $X$  (ensemble de consommation) et  $Z$  (ensemble de production).

Un théorème mathématique dit qu'entre 2 ensembles convexes, on peut toujours faire passer une ligne de séparation<sup>4</sup>. Si les ensembles ne sont pas convexes on ne le peut pas toujours :



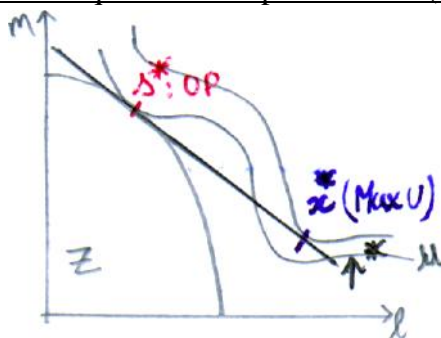
a) supposons que  $Z$  ne soit pas convexe (mais  $X$  reste convexe)



Ici, on ne peut pas faire passer une droite de séparation.

L'optimum, est en  $x^*$ . Où est l'ECG ? Il n'existe pas ! En effet, si les prix sont  $p^*$ , le consommateur va choisir  $x^*$  (maximise  $U$  sous CB) mais le producteur (qui maximise  $\pi$ ) ne le fait pas en ce même point. Les décisions ne sont pas coordonnées par l'information donnée par les prix. La seule façon d'obtenir l'optimum est de façon centralisée, il ne peut être décentralisé par le marché.

b) supposons que  $X$  ne soit pas convexe (mais  $Z$  reste convexe)

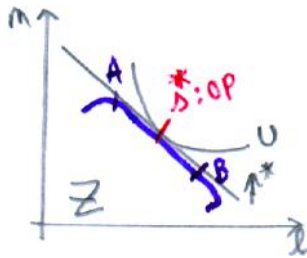


Il existe bien un OP dans cette économie : c'est  $s^*$ , mais pas d'ECG : Le producteur maximise son profit en  $s^*$  mais le consommateur maximise son utilité au point  $x^*$  : les prix ne coordonnent pas les décisions, l'OP ne peut pas être atteint par l'information donnée par les prix (ne peut pas être atteint par le marché), il ne peut être décentralisé.

<sup>4</sup> Entre deux cercles on peut faire passer une droite, entre deux ballons on peut faire passer une feuille de papier, en deux ensemble à  $n$  dimension on peut faire passer un hyper-plan de  $n-1$  dimensions.

### c) supposons la non-strictement convexité

Supposons que  $Z$  ne soit pas strictement convexe, que les rendements soient constants.



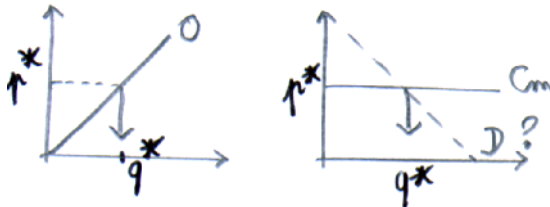
- L'optimum est en  $s^*$ .

- Le consommateur choisit bien  $s^*$ .

- Mais la seule information donnée par les prix n'amène pas notre producteur à produire  $s^*$ . Il ne sait pas choisir entre A et B (pour tous les points entre A et B, il maximise son profit).

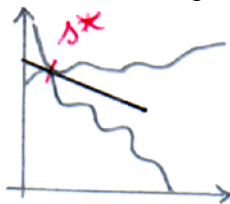
L'OP ne peut pas être réalisé par la seule information donnée par les prix. Il faut une information supplémentaire sur la demande.

Le cas si dessus est un cas où les rendements sont constants. Lorsque les rendements sont décroissants la courbe de coût marginal et d'offre a une pente positive. Dans ce cas le prix donne l'information suffisante pour que le producteur détermine la quantité à produire. On a le graphique de gauche :

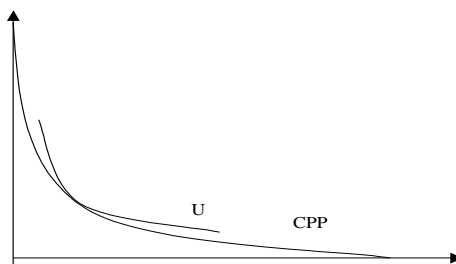


Le graphique de droite illustre le cas des rendements constants. La courbe de coût marginal est horizontale, on constate que la seule information donnée par le prix est insuffisante.  $p^*$  ne permet pas au producteur de déterminer la quantité qu'il doit produire. Pour déterminer cette quantité, il doit connaître la courbe de demande.

Remarque : La stricte convexité est une condition suffisante mais pas nécessaire pour décentraliser un OP. Il suffit qu'il y ait une zone de rendements décroissants.



C'est le cas exploité par l'économie Marshallienne où les rendements sont d'abord croissants puis décroissants. L'équilibre concurrentiel a alors lieu dans la zone de rendements décroissants (là où les conditions du second ordre sont satisfaites). Mais si les rendements sont partout décroissants il est impossible d'obtenir un équilibre concurrentiel (les conditions du second ordre de la maximisation du profit en concurrence parfaite ne sont jamais satisfaites).



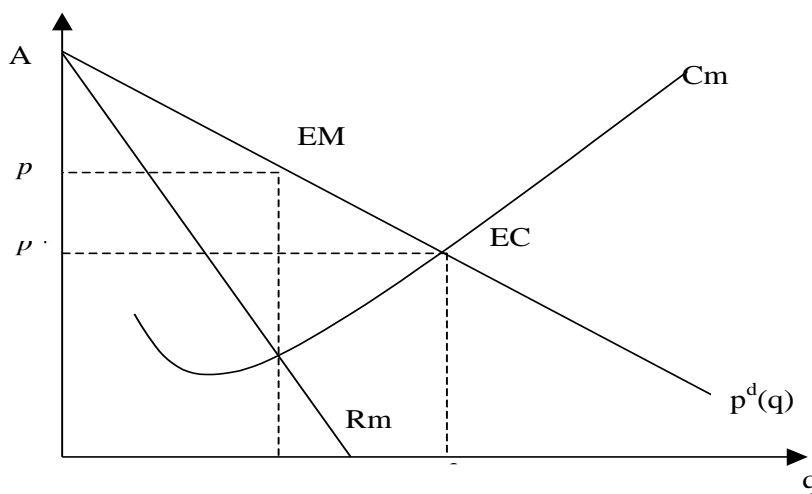
## §2) L'équilibre monopolistique

Nous faisons un rappel sur l'équilibre partiel Marshallien, puis nous montrons que l'équilibre général monopolistique n'est pas optimal au sens de Pareto.

### A) Equilibre partiel

a) **En concurrence parfaite.** Le producteur est price taker. Le prix d'équilibre  $p^*$  fournit toute l'information au producteur pour déterminer la quantité qu'il doit produire. Il prend le prix d'équilibre comme une donnée et maximise son profit :  $\pi = p^*.q - CT(q)$

$\frac{\partial \pi}{\partial q} = p^* - Cm(q) = 0$  il en résulte la condition  $p^* = Cm$ . Cette condition conduit à une allocation efficiente des ressources.



b) **En monopole.** Le producteur exploite la courbe de demande  $p^d(q)$  en fixant le prix qui maximise son profit, il est *price-maker* :  $\pi = p^d(q).q - CT(q)$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = \frac{\partial p^d(q)}{\partial q} \cdot q + p - Cm = 0 \text{ soit } p \left[ \frac{\partial p^d(q)}{\partial q} \cdot \frac{q}{p} + 1 \right] - Cm = 0 \text{ soit } p \left[ \frac{1}{e} + 1 \right] - Cm = 0$$

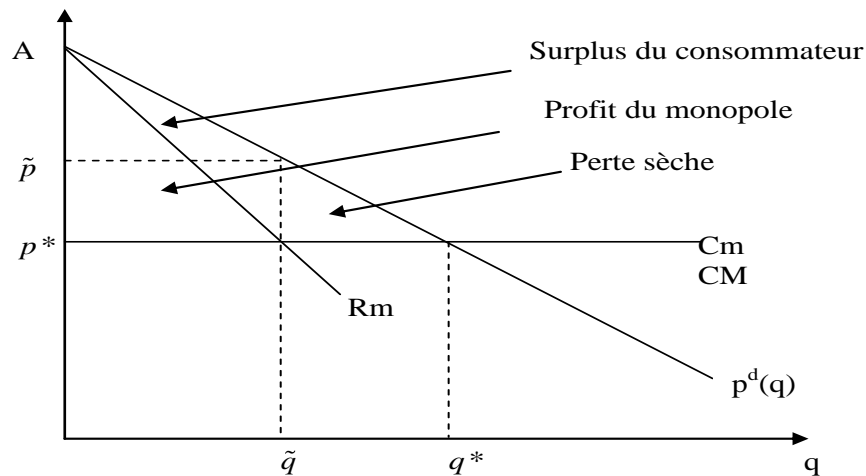
où  $e$  est l'élasticité prix de la demande ( $e < -1$ ), il en résulte  $\tilde{p} = \left[ \frac{e}{1+e} \right] Cm$ .<sup>5</sup>

Le prix est supérieur au coût marginal, ce qui implique une mauvaise affectation des ressources dans la mesure où le consommateur « paye plus que la production marginale ne coûte ». Une façon de dire que l'équilibre de concurrence monopolistique n'est pas un OP est de souligner que le monopole vend plus cher et une quantité moindre.

En équilibre partiel, une façon est de montrer que l'EM n'est pas OP est de montrer que le **surplus du consommateur** est plus faible. En CPP le surplus du consommateur est le triangle

<sup>5</sup> L'indice de Lerner du pouvoir de monopole est  $\frac{\tilde{p} - Cm}{\tilde{p}} = \frac{1}{-e}$ . Lorsque la demande est infiniment élastique (horizontale) le pouvoir de monopole est nul, on retrouve la concurrence parfaite.

(A, EC,  $p^*$ ) et en monopole il est (A, EM,  $\tilde{p}$ ). Evidemment en monopole il existe un surplus pour le producteur (son profit) mais au total il y a une perte sèche de bien être comme le montre le graphe suivant.



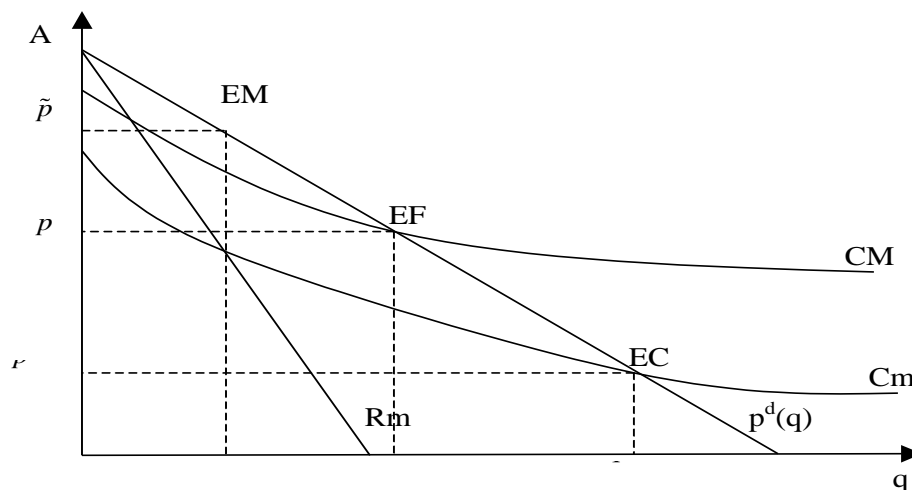
### c) Politiques de régulation des monopoles.

Ces constats d'inefficiences sont à l'origine des politiques de **tarification au coût marginal** imposés aux monopoles.

Lorsque les rendements sont décroissants la tarification au coût marginal ne pose pas de problèmes particuliers. Il en est autrement lorsque les rendements sont croissants. Comme on l'a vu il n'existe pas d'équilibre concurrentiel. C'est le cas pour les monopoles naturels (la SNCF en est un bon exemple). Alors le coût moyen est décroissant et supérieur au coût marginal.

Imposer une tarification au coût marginal conduirait le monopole à faire des pertes comme c'est le cas au point EC. La solution consistant alors à subventionner le monopole n'est souvent pas jugée politiquement acceptable, la subvention étant jugée par l'opinion publique comme une prime à une gestion peu rigoureuse.

La solution est alors la **tarification à la Ramsey-Boiteux**. Elle consiste à imposer l'**équilibre budgétaire** du monopole au point EF, c'est à dire à imposer une tarification au coût moyen.



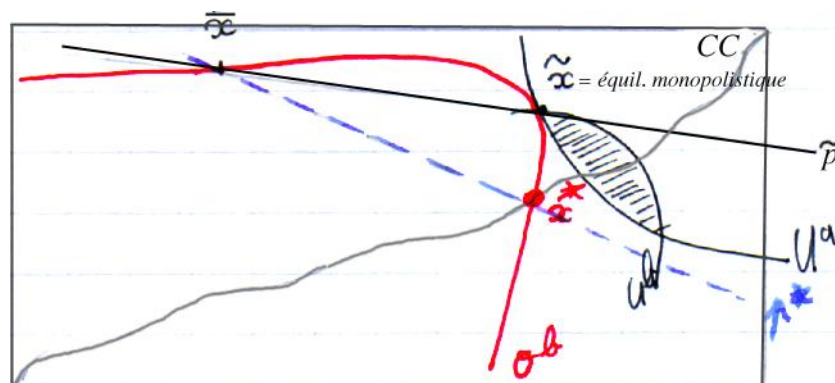
On remarque que la tarification à la Ramsey-Boiteux est un **optimum de second rang** par rapport à la tarification au coût marginal. En EF, le surplus du consommateur est plus élevé qu'en EM, mais plus petit qu'en EC.

Ces explications sont convaincantes mais pas très précises puisque en équilibre partiel il est impossible d'utiliser le critère de Pareto comme nous allons le faire maintenant.

## B) L'équilibre général monopolistique et la régulation des monopoles

### a) Démonstration de l'inefficience

On va analyser l'inefficience du monopole en équilibre général dans le cadre de la boîte d'Edgeworth. On va supposer qu'Alice est *price-maker* alors que Blaise est *price taker*. Alice, (le monopole) exploite la courbe de demande de Blaise (des consommateurs). Dans la théorie du monopole la fonction de demande des consommateurs peut être considérée comme la fonction de réaction des consommateurs. Dans la boîte d'Edgeworth la fonction de réaction de Blaise est sa courbe d'offre-demande. Pour chaque prix annoncé par Alice la courbe  $O^b$  donne la quantité demandée par Blaise.



Alice maximise son utilité  $U^a$  sous la contrainte de la fonction de réaction de Blaise  $O^b$  au point  $\tilde{x}$ . Cela la conduit à déterminer le prix de monopole  $\tilde{p}$ . Pour ce prix Blaise maximise son utilité en demandant  $\tilde{x}$ . Les marchés sont équilibrés et tous les agents maximisent.  $\tilde{p}$   $\tilde{x}$  représentent donc l'équilibre monopolistique de cette économie.

**Mais cet équilibre monopolistique n'est pas un OP.** Les OP de cette économie sont sur la courbe des contrats et  $\tilde{x}$  n'est pas sur la courbe des contrats. En  $\tilde{x}$  il reste la possibilité d'augmenter l'utilité des individus à l'intérieur de la lentille hachurée. Il existe des ASP réalisables. Cela « justifie » l'intervention publique.

### b) Faut-il supprimer les monopoles ? et comment ?

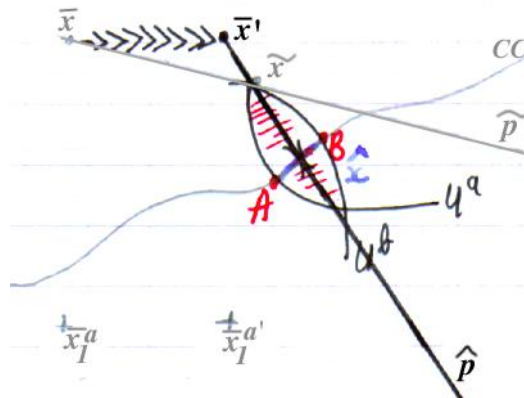
$\tilde{x}$  n'est pas un OP, mais on ne peut pas conclure qu'au sens de Pareto, il faille réguler les monopoles en leur imposant (comme ci dessus) une tarification au coût marginal, ou en faisant des lois anti-trust comme aux Etats-Unis ou en Europe.

Pour voir cela il suffit de constater que l'ECG  $x^*$  est un OP, mais que  $x^*$  n'est pas préféré au sens de Pareto à  $\tilde{x}$ . Il en est ainsi, évidemment parce que l'utilité d'Alice diminue si l'on passe de  $\tilde{x}$  à  $x^*$ . Autrement dit la politique anti-trust ou de tarification au coût marginal n'est pas une prescription de politique économique fondée sur le critère de Pareto. Si ces politiques sont menées c'est qu'elles utilisent d'autres critères que le critère de Pareto.

En résumé le critère de Pareto nous permet de dire qu'un équilibre monopolistique n'est pas optimal, mais ne nous permet pas de dire qu'il faut passer d'un équilibre monopolistique à un équilibre concurrentiel. Pour régler cette difficulté il nous faut envisager le *critère de compensation de Hicks et Kaldor*.

### c) le critère de compensation de Hicks et Kaldor

Il est clair que l'on ne peut pas, avec le critère de Pareto, passer de l'équilibre  $\tilde{x}$  à  $x^*$  mais il est possible de passer de  $\tilde{x}$  aux points à l'intérieur de la lentille, en particulier d'atteindre un point compris entre A et B.



Les seules ASP conduisent à un point entre A et B. Comment faire pour arriver en un de ces points ? En menant une double action : interdire le monopole et compenser Alice de la perte d'utilité subie.

D'après le 2<sup>ème</sup> théorème de l'économie du bien-être on sait que l'on peut décentraliser un optimum en opérant un simple transfert de richesse. Il suffit donc de changer l'allocation initiale par un simple transfert de richesse initiale en passant par exemple de  $\bar{x}$  à  $\bar{x}'$ . A partir de  $\bar{x}'$  les agents se comportent en price takers, le marché concurrentiel les conduit en  $x^{**}$ .

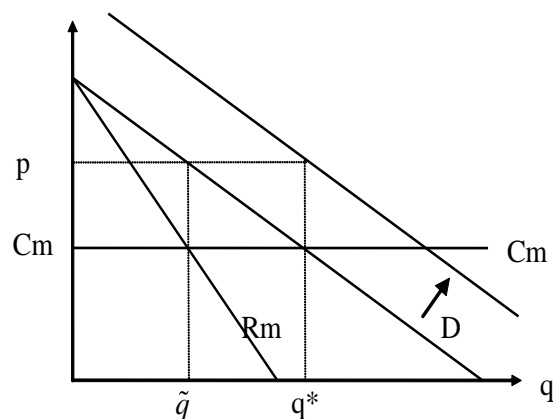
Conclusion sur l'intérêt du critère de compensation de Hicks et Kaldor : Le critère de Pareto a un défaut majeur, c'est de n'être opérationnel que pour les choix sur lesquels il y a unanimité. Le critère de compensation élargit les choix politiques possibles. Des compensations effectivement payées permettent d'utiliser le critère de Pareto, même en présence de conflits d'intérêt puisque les perdants au changement sont indemnisés par les gagnants.

On peut concevoir que les allocations chômage sont une compensation versée aux perdants de la politique anti inflationniste. On peut concevoir la retraite comme une compensation pour exclure les vieux du marché du travail car ils ne sont pas assez productifs...

#### d) Autre limites à la régulation des monopoles

La littérature récente donne deux autres limites à la régulation traditionnelle des monopoles par les lois antitrust (qui datent de 1890 aux USA et 1953 en France). La première idée est de dire que les profits des monopoles sont nécessaires pour financer la R&D. La seconde idée est de dire que les monopoles produisent des externalités positives.

**Le procès du monopole de Microsoft.** La procédure contre Microsoft a débuté dans les années 1990 aux USA puis en Europe. Faut-il supprimer les bénéfices de Bill Gates ? Le problème est que les profits du monopole servent à financer la recherche pour innover. Supprimer les monopoles supprime donc l'innovation. Face à ce problème la solution proposée par Paul Romer ( ) est de subventionner les acheteurs. Alors la demande augmente, la quantité produite **est la quantité optimale** ( $q^*$ ) et le monopole voit son profit augmenter ce qui permet de financer plus de R&D.



Le même raisonnement s'applique à l'industrie pharmaceutique. Faut-il faire des médicaments génériques contre le SIDA ?

**Les marchés Biface.** On a vu que les externalités de réseau conduisaient au "winner takes all" et aux monopoles. Mais ces monopoles sont justement ce que les deux faces du marché recherchent pour bénéficier des externalités. C'est parce que le Bon Coin est presque le seul site de petites annonces qu'on y trouve tout en un clic qu'il est intéressant et que tout le monde l'utilise. Et c'est parce que tout le monde l'utilise que les annonceurs y font de la publicité. Les deux faces profitent des externalités de réseau. Supprimer ce type de monopole, c'est supprimer ces externalités positives, et ce n'est pas augmenter le bien-être. Dans ces cas la régulation des monopoles est plus délicate et se fait au cas par cas.



### §3) Autres formes de concurrence imparfaite

Il existe une multitude de structure de marché de concurrence imparfaite.

	<i>1 vendeur</i>	<i>2 vendeurs</i>	<i>Peu de vendeurs</i>	<i>Nombreux vendeurs</i>
<i>1 acheteur</i>	<b>MONOPOLE BILATERAL</b>			<b>MONOPSONE</b>
<i>2 acheteurs</i>		<b>DUOPOLE BILATERAL</b>		<b>DUOPSONE</b>
<i>Peu d'acheteurs</i>			<b>OLIGOPOLE BILATERAL</b>	<b>OLIGOPSONE</b>
<i>Nombreux acheteurs</i>	<b>MONOPOLE</b>	<b>DUOPOLE</b>	<b>OLIGOPOLE</b>	<b>CPP</b>

En général les situations de concurrence imparfaite font apparaître des équilibres qui ne sont pas des optima de Pareto. Mais les caractéristiques de ces équilibres sont aussi nombreuses que les hypothèses faites en particulier sur la stratégie des agents. Nous allons examiner différentes hypothèses stratégiques.

En concurrence parfaite, la rationalité des agents s'exerçait contre la nature, c'est à dire que les agents optimisaient sous des contraintes qui étaient des données naturelles. En concurrence imparfaite, la rationalité va être **stratégique**, c'est à dire que les agents vont optimiser sous de nouvelles contraintes concernant la réaction des autres agents.

Dans une situation de duopole, il y a 2 producteurs qui vendent le même bien. Quelle hypothèse de rationalité stratégique faire ? Une hypothèse est de supposer que chaque agent fait ce qu'il y a de mieux pour lui en prenant ce que fait l'autre pour donné. C'est l'hypothèse retenue par Cournot. Une autre est de supposer qu'un agent est leader et l'autre follower, c'est l'hypothèse de Stackelberg. Enfin les agents peuvent coopérer.

#### A) L'équilibre de Cournot-Nash

##### a) Le modèle du duopole de Cournot

Supposons deux entreprises dont les coûts soient identiques :  $CT^a = cq^a$  et  $CT^b = cq^b$

Supposons une courbe de demande pour le bien :  $p^d = a - bq$

Supposons que les producteurs se partagent le marché :  $q = q^a + q^b$

**Hypothèse de Cournot** : "chaque agent (Alice) choisit la quantité  $q^a$  qui maximise son profit en prenant la quantité offerte par l'autre agent ( $q^b$ ) comme une donnée"

Sous ces hypothèses, le problème d'Alice est de maximiser son profit :

$$\pi^a = RT^a - CT^a \Leftrightarrow \pi^a = p^d q^a - cq^a$$

Alice exploite la demande des consommateurs (elle connaît la fonction de demande) :

$$\pi^a = (a - bq)q^a - cq^a$$

Alice sait que  $q$  se partage en 2 parties et elle prend  $q^b$  comme une donnée :

$$\pi^a = (a - b(q^a + q^b))q^a - cq^a$$

$$\frac{\partial \pi^a}{\partial q^a} = a - 2bq^a - bq^b - c = 0$$

On obtient 
$$q^a = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q^b$$

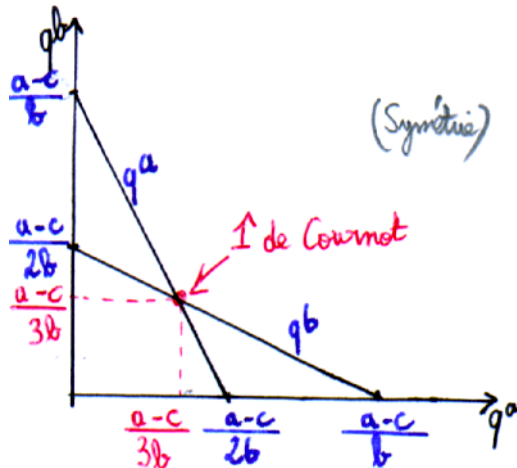
On s'aperçoit que la quantité offerte par Alice est une fonction décroissante de la quantité offerte par Blaise, c'est la **fonction de réaction** d'Alice.

Par symétrie on trouve la fonction de réaction de Blaise : 
$$q^b = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q^a$$

L'équilibre de Cournot est le couple  $q^{a*}$  et  $q^{b*}$  solution du système :

$$(q^a)^* = \frac{a-c}{3b} \quad \text{et} \quad (q^b)^* = \frac{a-c}{3b}$$

Graphiquement :



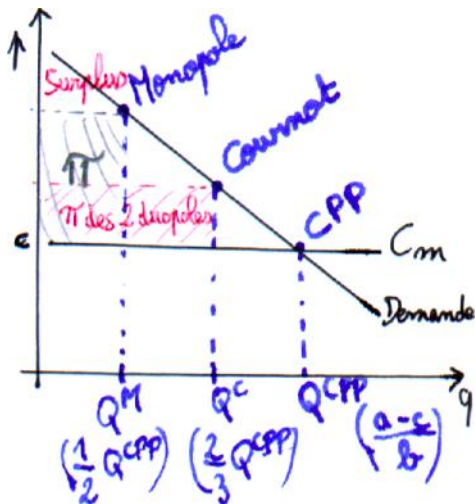
### b) l'inefficience du duopole de Cournot

Pour mesurer l'inefficience mesurons le surplus du consommateur selon les différents équilibres. Calculons les quantités globales produites sur un marché de monopole, de Duopole, de concurrence parfaite.

Equilibre de monopole  $R_m = C_m \Leftrightarrow a - 2bq = c$  d'où 
$$Q^{\text{monopole}} = \frac{1}{2} \frac{a-c}{b}$$

Equilibre de Cournot On a calculé 
$$Q^{\text{Cournot}} = (q^a)^* + (q^b)^* = \frac{2}{3} \frac{a-c}{b}$$

Equilibre de CPP  $p = C_m \Leftrightarrow a - bq = c$  d'où 
$$Q^{\text{CPP}} = \frac{a-c}{b}$$



Le surplus des consommateurs est maximum en CPP, il est minimum en monopole, il est intermédiaire en duopole. Donc l'équilibre de Duopole n'est pas OP. La concurrence que ce mènent les deux duopoles conduit à diminuer le prix et à augmenter la quantité produite au bénéfice du bien-être. En remarquant que le monopole produit  $\frac{1}{2}$  de la quantité de concurrence parfaite et que le duopole produit  $\frac{2}{3}$  de celle-ci on généralise facilement au cas où il y aurait trois producteurs qui se partagent le marché. Ce « triopole » produirait  $\frac{3}{4}$  de la quantité de concurrence parfaite. Si il y a un oligopole de  $\ell$  producteurs ils produiront  $\frac{\ell}{\ell+1}$  de la quantité de concurrence parfaite.

Et quand  $\ell$  tend vers l'infini alors  $\frac{\ell}{\ell+1} \rightarrow 1$  et  $Q^{\text{oligopole}} \rightarrow Q^{\text{CPP}}$

On retrouve l'idée selon laquelle la concurrence pure est parfaite nécessite un grand nombre de producteurs.

## **B) L'équilibre de Stackelberg**

### **a) Le modèle du duopole de Stackelberg**

Une autre hypothèse de comportement est de supposer qu'un agent (le leader) connaît et exploite la fonction de réaction de l'autre agent (le suiveur) qui lui agit en prenant la quantité offerte par le leader comme donnée.

**Hypothèse de Stackelberg** : "Le leader (Alice) choisit la quantité  $q^a$  qui maximise son profit en exploitant la fonction de réaction du suiveur (Blaise)"

- Alice leader maximise son profit :  $\pi^a = RT^a - CT^a = pq^a - cq^a$

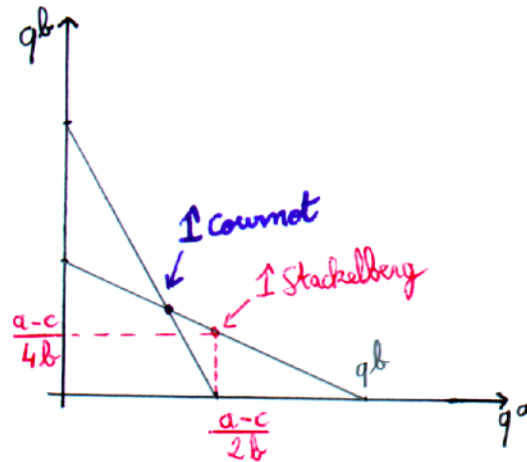
En exploitant la fonction de demande des consommateurs  $= (a - bq)q^a - cq^a$

$$= (a - b(q^a + q^b))q^a - cq^a$$

Et en exploitant la fonction de réaction de Blaise ;  $\pi^a = \left( a - b \left( q^a + \left[ \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2} q^a \right] \right) \right) q^a - cq^a$

Alors :  $\frac{\partial \pi^a}{\partial q^a} = a - 2bq^a - b \frac{a-c}{2b} + bq^a - c = 0$ , et donc :  $(q^a)^{*s} = \frac{a-c}{2b}$

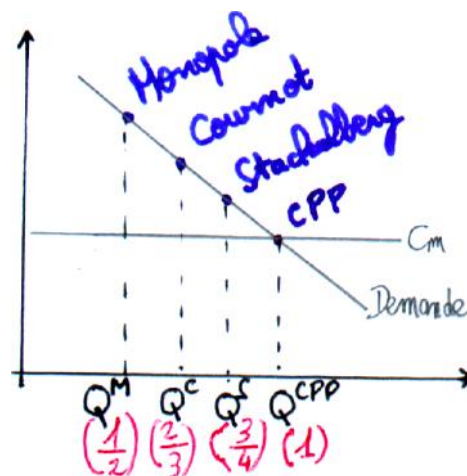
- Blaise le suiveur se comporte selon sa fonction de réaction  $q^b = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q^a$  et la quantité offerte par Blaise est donc  $(q^b)^s = \frac{a-c}{4b}$



La quantité totale vendue sur le marché est :  $Q^s = \frac{a-c}{2b} + \frac{a-c}{4b} = \frac{3}{4} \frac{a-c}{b}$

### b) l'inefficience du duopole de Stackelberg

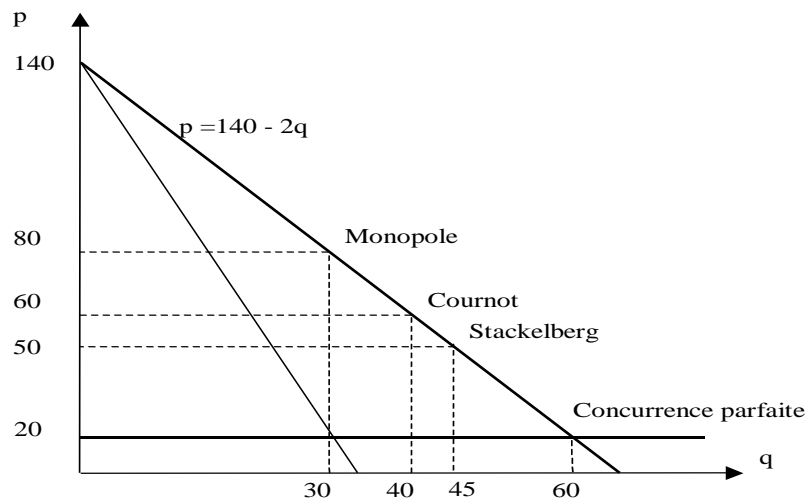
Pour les consommateurs l'équilibre de Stackelberg est une meilleure situation que l'équilibre de Cournot, le surplus du consommateur est plus élevé.



Qu'en est il pour les producteurs ? Calculons leur profit en paramétrant le modèle.

Courbe de demande ;  $p^d = a - bq$  répartition du marché ;  $q = q_a + q_b$  fonction de coût d'Alice ;  $CT^a = c \cdot q_a$ , de Blaise  $CT^b = c \cdot q_b$ . Valeur des paramètres :  $a = 140$ ,  $b = 2$ ,  $c = 20$ .

Les solutions sont données par le graphique suivant :



Les profits sont pour chaque situation :

$$\pi = (p \times q) - (20 \times q)$$

Monopole :  $\pi^M = 80 \times 30 - 20 \times 30 = 1800$

Cournot :  $\pi^C = 60 \times 40 - 20 \times 40 = 1600$  (800 pour Alice, 800 pour Blaise)

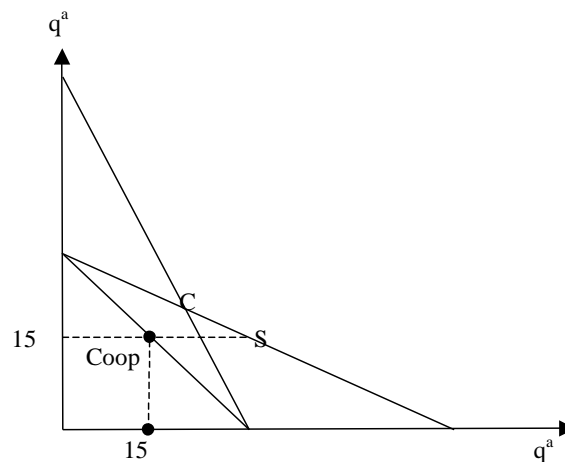
Stackelberg :  $\pi^S = 50 \times 45 - 20 \times 45 = 1350$  (900 pour Alice, 450 pour Blaise)

Alice gagne plus à l'équilibre de Stackelberg et Blaise moins. Mais les deux gagnent moins qu'à l'équilibre de Cournot et beaucoup moins qu'un Monopole. Une idée qui peut germer dans l'esprit d'Alice et Blaise est coopérer pour exploiter la demande comme un monopole et de se partager le profit.

### C) L'équilibre de coopération

#### a) Le modèle

Si Alice et Blaise se réunissent pour former un cartel, ils vont vendre la quantité de monopole à savoir  $\frac{a-c}{2b} = 30$  au prix de 80 et réaliser un profit de 1800 qu'ils se partagent le profit : 900 pour Alice et 900 pour Blaise. Ils se partagent le marché et produisent 15 chacun. L'équilibre de coopération se trouve au point Coop sur notre graphe.



Cet équilibre de coopération est intéressant parce qu'il n'est pas stable. Il va nous permettre d'illustrer une autre défaillance de la concurrence.

### b) La non stabilité de l'équilibre de coopération

Alice et Blaise ne peuvent pas s'entendre ! L'équilibre de coopération n'est pas stable et on va converger vers l'équilibre stable de Cournot qui est moins bon pour les deux producteurs.

C'est ce qui se passe pour le cartel des pays producteurs de pétrole l'OPEP. Ils se réunissent pour augmenter les prix du pétrole. Pour y parvenir ils réduisent les quantités vendues comme le ferait un monopole. Puis une fois l'accord passé chaque pays à intérêt, au prix fixé à vendre le maximum. L'accord est rompu ... jusqu'à la prochaine réunion de l'OPEP.

Ce point est intéressant parce que le respect de l'accord est socialement optimal, mais la rationalité de chacun va conduire à la rupture de l'accord. C'est une conséquence perverse de la rationalité qui constitue une nouvelle défaillance de la concurrence.

Le paradigme de ce problème est connu sous le nom de **dilemme du prisonnier**. On considère 2 prisonniers, on ne connaît pas le coupable. Le Juge leur propose de se dénoncer de la manière suivante :

Si Alice dénonce Blaise et que Blaise ne dénonce pas Alice : Alice est libre et Blaise a 10 ans.

Si Blaise dénonce Alice et que Alice ne dénonce pas Blaise : Alice a 10 ans et Blaise est libre.

Si les 2 se dénoncent : ils écopent chacun de 7 ans de prison.

Si personne ne dénonce chacun a 2 ans.

On a la matrice des « gains » suivante :

		<i>Blaise</i>	
		Ne dénonce pas	Dénonce
<i>Alice</i>	Ne dénonce pas	2,2	10,0
	Dénonce	0,10	7,7

Pour la société (d'Alice et Blaise), l'optimum est (2,2) et le pire est (7,7)

L'équilibre coopératif est (2,2) Cet équilibre est il stable ? Non puisque par hypothèse, les agents sont rationnels. Quel est l'équilibre de ce jeu ?

Alice se dit : -Si Blaise ne me dénonce pas, soit j'ai 2 soit j'ai 0, donc je dénonce.

-Si Blaise me dénonce, soit j'ai 10 soit j'ai 7, donc je dénonce.

-Donc quoi que fasse Blaise j'ai intérêt à dénoncer, donc elle dénonce<sup>6</sup>.

Blaise a le même raisonnement rationnel donc il dénonce.

Donc **l'équilibre** est (7,7), il **n'est pas optimal au sens de Pareto** pour la société des deux producteurs. On a là une défaillance de la concurrence due à la rationalité individuelle. Il est des situations où la coopération est meilleure (au sens de Pareto) que la concurrence.<sup>7</sup>

Donc la rationalité individuelle n'implique pas toujours la rationalité collective lorsque la concurrence est imparfaite, ici stratégique. C'est le cas aussi avec le paradigme des moutons de panurge qui s'opère dans les bulles financières où on achète parce que les autres achètent.

<sup>6</sup> Comme on le voit, dénoncer est une stratégie dominante (la meilleure chose à faire quoi que fasse l'autre) et non une stratégie de Cournot-Nash (la meilleure chose à faire étant donné ce que fait l'autre). L'équilibre du dilemme du prisonnier est un équilibre de stratégie dominante et non un équilibre de Cournot-Nash.

<sup>7</sup> Ce phénomène est du à l'analyse statique du problème. Dans un jeu dynamique il est possible que la coopération soit un équilibre stable. Robert AXELROD dans son livre "Donnant donnant" (Editions Economica) examine le dilemme du prisonnier en dynamique et donne de nombreux exemples en particulier celui des fraternisations de soldats durant la guerre de 14. Quand on se retrouve le lendemain peut être est il préférable de coopérer.

Revenons à notre analyse du problème du duopole de Cournot-Nash. Montrons que l'équilibre coopératif (15,15) n'est pas stable.

En suivant sa stratégie de Cournot Nash, Alice se dit :

Si Blaise produit (15), je produis selon ma fonction de réaction :

$$q^a = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q^b = \frac{140-20}{4} - \frac{1}{2}(q^b) = 30 - \frac{1}{2}(q^b) = 30 - \frac{1}{2}(15) = 22,5$$

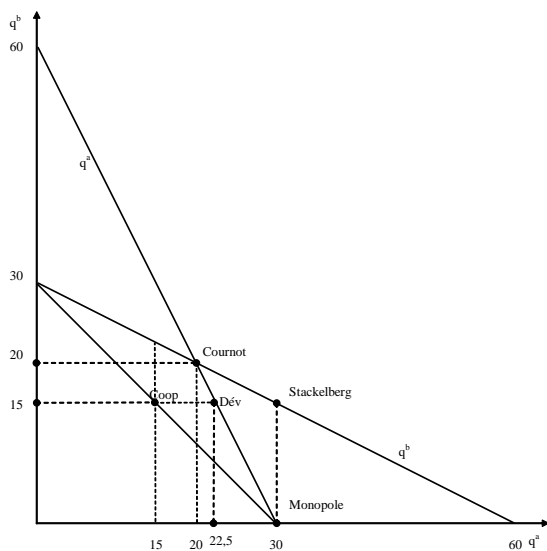
(Blaise faisant de même, Blaise produit aussi 22.5) Alors Alice se dit :

Si Blaise produit (22.5), je produis selon ma fonction de réaction

$$q^a = 30 - \frac{1}{2}(22.5) = 18.75$$

Si Blaise produit (18.75), je produis selon ma fonction de réaction

$$q^a = 30 - \frac{1}{2}(18.75) = 20.625$$



Ce processus converge vers l'équilibre (20, 20). L'équilibre est donc l'équilibre de Cournot-Nash, le pire pour la société des producteurs.

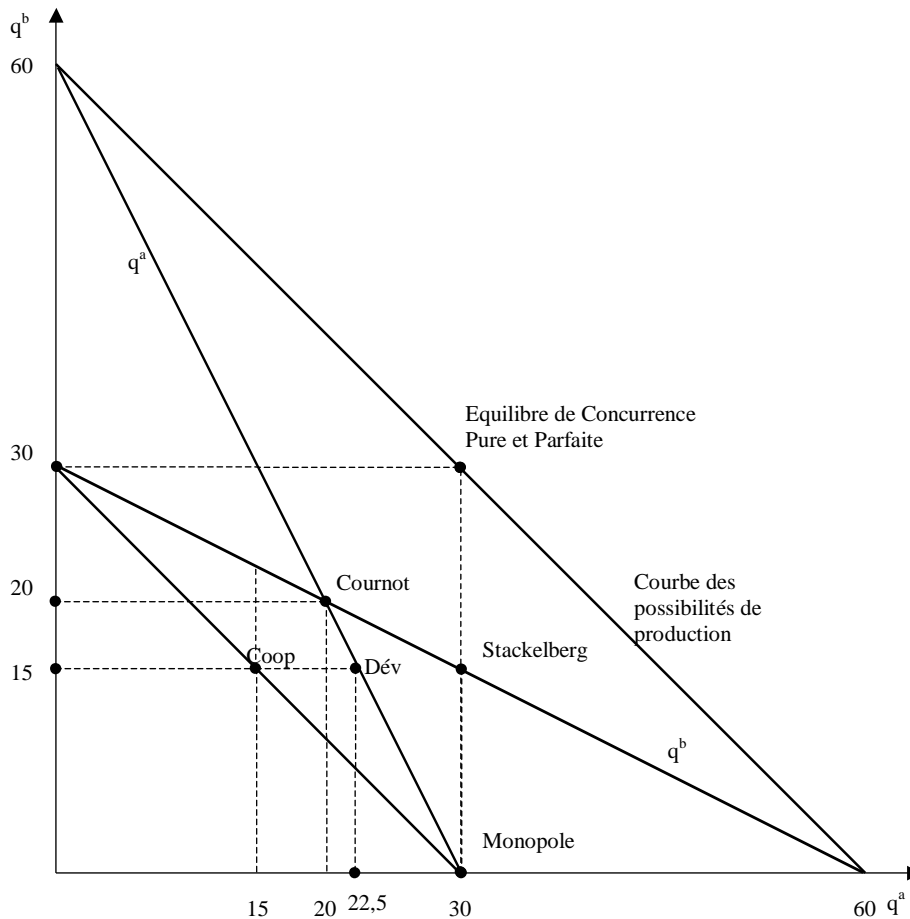
On peut rapprocher le problème du duopole de Cournot du problème du dilemme du prisonnier :

		<i>Blaise</i>	
		Coopérer	Dévier
<i>Alice</i>	Coopérer	15 , 15	15 , 22.5
	Dévier	22.5 , 15	20 , 20

Toutefois cette identification n'est pas tout à fait correcte dans la mesure où le dilemme du prisonnier est un équilibre de stratégies dominantes.

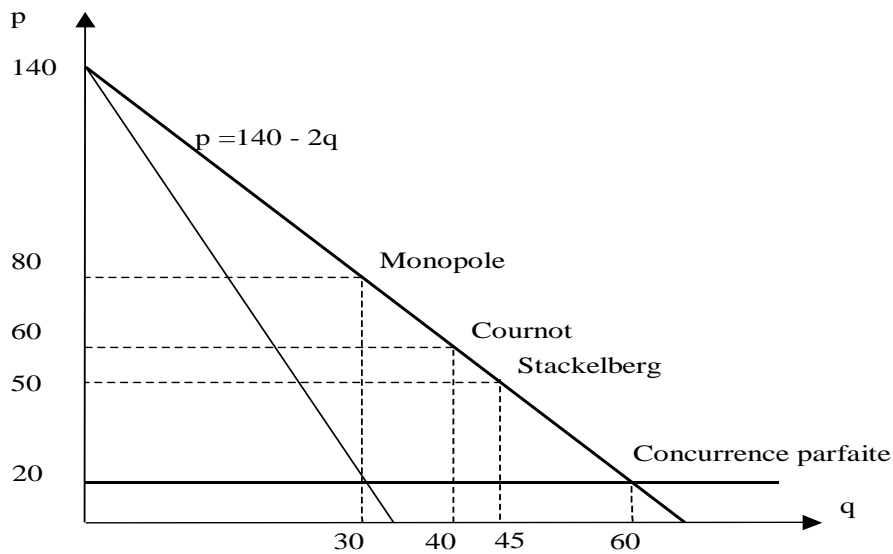
#### **D) L'inefficience de la concurrence imparfaite**

L'efficacité au sens de Pareto impose, nous l'avons vu l'efficacité technique. On peut représenter tous nos équilibres à l'intérieur d'une sorte de « courbe des possibilités de production » de notre économie.



Seul l'équilibre de concurrence parfaite est sur la courbe des possibilités de production, tous les autres sont à l'intérieur et sont inefficients au sens de Pareto.

Courbe de demande ;  $p^d = a - bq$  répartition du marché ;  $q = q_a + q_b$  fonction de coût d'Alice ;  $CT^a = c \cdot q_a$ , de Blaise  $CT^b = c \cdot q_b$ . Valeur des paramètres :  $a = 140, b = 2, c = 20$ .





## Section III : Défaillances d'information

### §1) Théorie de marchés contingents et économie de l'information

A) La théorie des marchés contingents

B) Introduction à l'économie de l'information

### §2) La sélection adverse

A) le problème posé par de sélection adverse

B) La solution au problème de sélection adverse : le signal

C) La discrimination

### §3) Aléa moral

A) les problèmes posés par l'aléa moral sur les marchés d'assurance

B) La solution aux problèmes d'aléa moral : l'incitation par la franchise

C) L'assurance et la sélection adverse

La concurrence pure et parfaite suppose que les agents ont une information complète et sont en parfaite certitude. L'existence et l'optimalité de l'ECG dépend de ces hypothèses.

En présence **d'incertitude** l'ECG est il optimal ? On sait que l'ECG est OP car les prix transmettent toute l'information. Si il y a incertitude sur l'état de nature (par exemple, le prix des pommes l'année prochaine dépend du temps qu'il fera cet été) les prix sont incertains (ils seront élevés s'il y a de la grêle, bas s'il fait beau). L'ECG sera optimal s'il existe des **marchés contingents** aux états de la nature et donc si il existe des prix s'il fait beau et des prix s'il fait mauvais

En présence **d'information incomplète ou asymétrique** (les agents ne possèdent pas tous la même information), l'équilibre général n'est pas un OP. Ces défauts d'information concernent des problèmes liées à la théorie des assurances, de la banque, de la finance... Dans ces domaines les agents ne disposent pas d'une information symétrique (l'investisseur sait ce que vaut son projet, pas le banquier). Si l'information est **incomplète ou asymétrique**, deux problèmes se posent : **la sélection adverse** et **l'aléa moral**. Ces problèmes sont résolus de façon centralisée (intervention du dictateur bienveillant) ou décentralisée (mise en place d'incitations appropriées).

### §1) Théorie de marchés contingents et économie de l'information

Les problèmes d'information peuvent donc être divisés en deux, les problèmes d'incertitude, et les problèmes d'asymétrie. On commence par distinguer ces deux problèmes.

#### **A) La théorie des marchés contingents**

En présence d'incertitude l'ECG reste OP si il existe des marchés contingents. Si on associe un marché à chaque état de nature (beau/mauvais) cette extension du nombre de biens et de marché conduit formellement au même résultats que dans notre modèle de base.

Les marchés contingents sont par exemple ceux des pommes l'année prochaine si il fait beau et si il fait mauvais. Si il existe 2 marchés des pommes futures, un marché des pommes s'il fait beau et un marché des pommes s'il fait mauvais, alors il n'y a pas de problèmes : on connaît tous les prix et les agents peuvent faire leurs calculs d'optimisation, et l'ECG sera OP. Montrons le.

Soit une économie d'échanges avec 2 biens (des pommes) et 2 agents.

Le bien 1 est « les pommes l'année prochaine s'il fait beau temps ».

Le bien 2 est « les pommes l'année prochaine s'il fait mauvais temps ».

Alice a la dotation initiale suivante :  $\bar{x}^a = (\bar{x}_1^a, \bar{x}_2^a)$

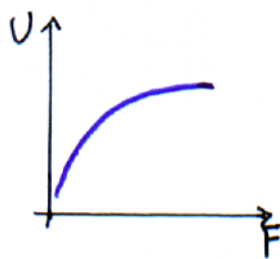
Blaise a la dotation initiale suivante :  $\bar{x}^b = (\bar{x}_1^b, \bar{x}_2^b)$

Le vecteur  $x^a = (x_1^a, x_2^a)$  représente un panier contingent de consommation d'Alice, qui consomme  $x_1^a$  pommes s'il fait beau et  $x_2^a$  s'il il fait mauvais.

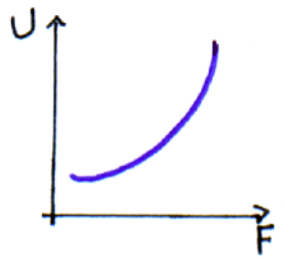
Sa fonction d'utilité est  $U^a(x_1^a, x_2^a) = \pi_1^a u^a(x_1^a) + \pi_2^a u^a(x_2^a)$  et son TMS :

$$TMS_{12}^a = \frac{\partial U^a / \partial x_2^a}{\partial U^a / \partial x_1^a} = \frac{\pi_2^a \cdot du^a / dx_2^a}{\pi_1^a \cdot du^a / dx_1^a}$$

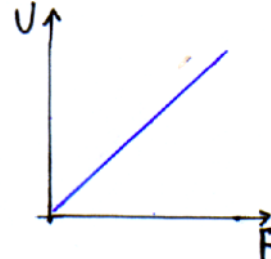
Avec  $\pi^1$  la probabilité qu'il fasse beau temps,  $\pi^2$  la probabilité qu'il fasse mauvais temps et  $U^a$  sa fonction d'utilité espérée. Il nous faut spécifier l'aversion au risque d'Alice. On sait que la concavité de la fonction d'utilité décrit cette attitude face au risque.



Aversion au risque

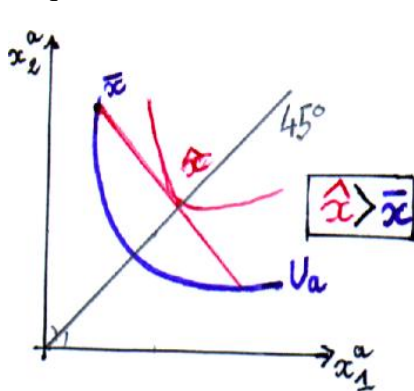


Amateur de risque

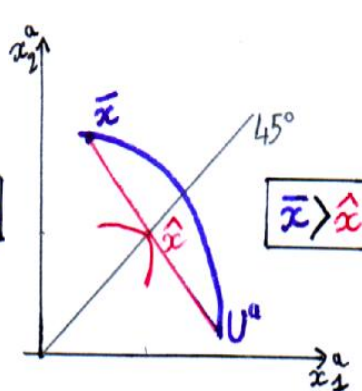


Neutre face au risque

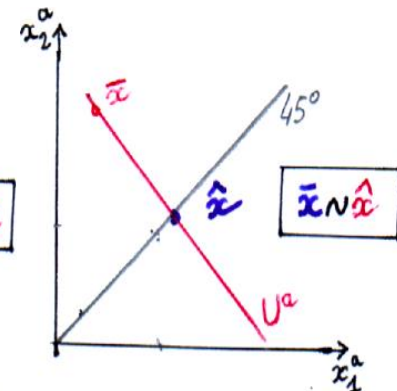
L'aversion au risque décrite par la concavité de la fonction d'utilité implique la convexité des isoquantes.



Aversion au risque



Amateur de risque



Neutre face au risque

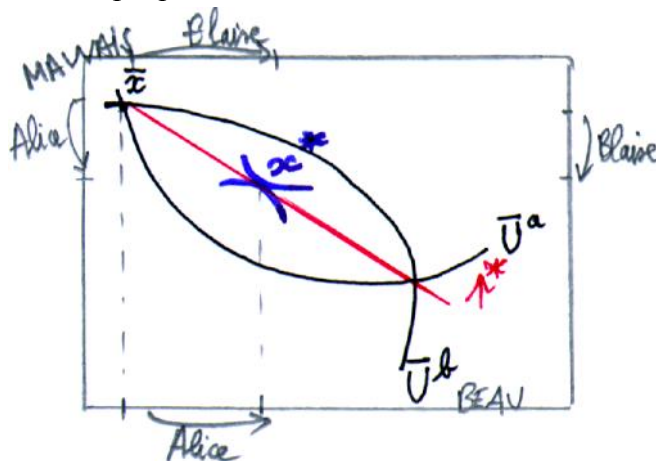
Sur la droite à  $45^\circ$ , tous les paniers sont exempts de risque car on a  $x_1^a = x_2^a$  (la quantité consommée de pommes est la même qu'il fasse beau ou mauvais temps).

Si Alice est adverse au risque elle préfère le panier  $\hat{x}$  au panier  $\bar{x}$ , elle préfère le panier non risqué (sur la droite à  $45^\circ$ ) au panier risqué (loin de cette droite).

Ce modèle posé, nous pouvons maintenant, par analogie avec l'échange classique étudier les échanges concurrentiels dans la boîte d'Edgeworth.

Supposons qu'il existe un marché du bien 1 (pommes s'il fait beau) contre le bien 2 (pommes s'il fait mauvais). Ce marché se réalise avant de savoir le temps qu'il fera. La quantité de pommes est la même mais les dotations sont différentes selon qu'il fait beau ou mauvais. Alice a une dotation importante s'il fait mauvais et Balise s'il fait beau (point  $\bar{x}$ ).

Concrètement le marché consiste à ce que Alice donne des pommes s'il fait mauvais contre des pommes s'il fait beau : ce marché s'apparente à une ASSURANCE face aux risques d'incertitude sur le temps qu'il fera.



**Résultat :** Il existe un équilibre concurrentiel qui rapproche Alice et Blaise de la droite à  $45^\circ$  cad qu'à l'ECG, leur risque de consommation est moindre qu'à la dotation initiale.

On a une **assurance mutuelle** et c'est une *amélioration au sens de Pareto* (Alice et Blaise sont mieux car ils sont adverse au risque).

On vient de montrer qu'en présence d'incertitude, l'existence de marchés contingents est une ASP. Que l'ECG est OP en présence de marchés contingents. Donc que l'incertitude ne pose pas en elle-même de problème d'inefficience.

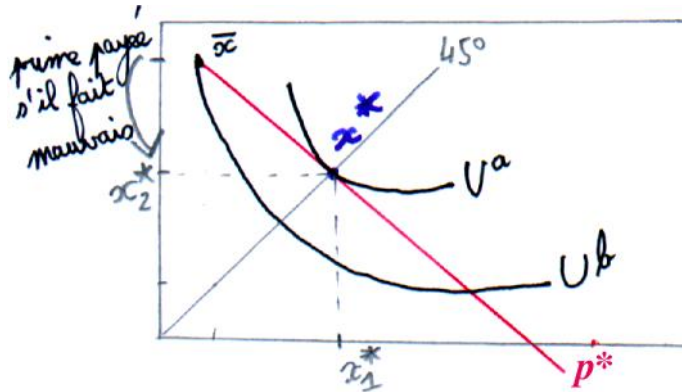
Concrètement on vient aussi de montrer que l'assurance est une ASP. Disons un mot de plus sur l'assurance :

L'assurance sera complètement décrite si l'on suppose un assureur neutre face au risque. On suppose que un assureur est neutre face au risque car il ne considère pour faire ses choix que les probabilités objectives. Les assureurs s'intéressent aux statistiques (probabilité de mourir à tel âge pour la souscription d'une assurance vie par exemple) et aux probabilités sur les risques.

Supposons Blaise, assureur, et neutre face au risque. Ses courbes d'indifférence sont des droites dont la pente est égale aux probabilités. En effet sur la droite à  $45^\circ$  :

$$TMS_{12}^b = \frac{\partial U^b / \partial x_2^b}{\partial U^b / \partial x_1^b} = \frac{\pi_2^b}{\pi_1^b} \cdot \frac{du^b / dx_2^b}{du^b / dx_1^b} = \frac{\pi_2}{\pi_1} \text{ puisque } x_1 = x_2 \text{ on a } Um_1 = Um_2$$

On considère que Blaise est un assureur et qu'Alice est cliente adverse au risque.



Supposons Blaise est en concurrence parfaite : il ne fait pas de profit, il est indifférent à l'échange. C'est Alice qui en bénéficie intégralement. A l'ECG Alice est parfaitement assurée face au risque : en  $x^*$ , elle consomme la même quantité de pommes, qu'il fasse beau ou mauvais. **Alice paye une prime d'assurance pour consommer une quantité certaine.**

Conclusion : En présence d'incertitude l'existence de marchés contingents (de marchés d'assurance), permet aux agents d'atteindre avant la révélation de l'état de nature un ECG *ex ante* qui est une allocation optimale au sens de Pareto. (L'assurance est une amélioration au sens de Pareto).

La critique de cette généralisation de la théorie aux problèmes d'incertitude est que le nombre des marchés devient exorbitant. Dans les faits, il existe des marchés contingents, par exemple on peut acheter du blé sur le marché à terme de Chicago. Acheter aujourd'hui du blé qui sera livré dans 2 ans, au prix fixé aujourd'hui. Mais les marchés contingents n'existent pas pour tous les biens. La généralisation est donc irréaliste.

## B) Introduction à l'économie de l'information

L'économie de l'information est un vaste domaine de la science économique comprenant l'économie de l'assurance, de la banque, de la finance... Elle traite du problème de **l'asymétrie d'information** : les agents ne possèdent pas la même information, un agent sait quelque chose que l'autre ignore. Par exemple ; un candidat à l'embauche connaît son capital humain, pas son employeur ; un vendeur connaît la qualité de son produit, pas l'acheteur ; un assuré connaît son comportement face au risque, sa prudence, pas l'assureur.

Cette asymétrie d'information pose deux problèmes : celui de l'aléa moral et de la sélection adverse. Ces problèmes sont analysés dans des modèles particuliers.

Les problèmes **d'aléa moral** ou *d'action cachée* se posent quand dans une transaction, Alice peut entreprendre certaines actions que Blaise ne peut contrôler alors que la valeur que Blaise tire de la transaction dépend des actions d'Alice. Par exemple Alice est assurée contre l'incendie, elle peut faire preuve de plus ou moins de vigilance. Blaise son assureur a avantage à ce que Alice soit prudente. Mais l'assurance va inciter Alice à devenir négligente. Alice va donc rationnellement se comporter au détriment de Blaise, d'où l'adjectif « moral ». La solution à un problème d'aléa moral est de recourir à des **incitations**. Il s'agit d'établir un contrat de manière à ce que Alice choisisse les actions que Blaise juge préférable. Par exemple l'assurance incendie va comporter une franchise de façon à ce que Alice soit prudente.

Les problèmes de **sélection adverse** ou *antisélection* se posent quand Alice possède des informations que Blaise gagnerait à connaître, mais qu'il ignore. Par exemple Alice achète une assurance vie et elle possède des informations sur son état de santé qui ne sont pas connues de son assureur. L'assureur est donc face à des clients en bonne et mauvaise santé. Ne pouvant faire payer chacun en fonction de son risque il vend son assurance à un prix moyen. A ce prix seuls les mauvais risques ont intérêt à s'assurer, d'où l'appellation de sélection adverse, le marché sélectionne les mauvais risques. La solution aux problèmes de sélection adverse est le **signal par le marché** : Alice révèle ses informations par le choix de ses actions. Par exemple elle choisit le contrat assurance vie qui ne verse que des indemnités très limitées durant les cinq premières années, montrant par là qu'elle est en excellente santé.<sup>8</sup>

On peut analyser ces problèmes d'incitations en utilisant le modèle **principal-agent**. Le **principal** est celui qui veut inciter l'**agent** à adopter une action particulière. L'agent fera cette action tant que l'utilité qu'il en retire est supérieure à l'utilité qu'il retire de ne pas la faire. Ce niveau critique est la **valeur de réservation** de l'agent.

## **§2) La sélection adverse**

Quand les acheteurs n'ont pour seule information sur la qualité du bien que l'information donnée par le prix, il y a sélection adverse, c'est à dire que le marché sélectionne les produits de mauvaise qualité. La solution est que le vendeur parvienne à signaler la qualité de son produit.

### **A) Le problème posé par de sélection adverse**

a) Akerlof dans "The market for lemons" (1970) considère le marché des voitures d'occasion. Sur ce marché, il y a asymétrie d'information : les vendeurs ont l'information sur la qualité de leur voiture, pas les acheteurs qui n'ont d'information que celle donnée par le prix. Pour simplifier on va supposer qu'il y a 2 catégories : les bonnes et mauvaises voitures.

---

<sup>8</sup> Remarquons que le problème de sélection adverse se pose avant la signature du contrat alors que le problème d'aléa moral se pose après la signature du contrat.

On suppose que les quantités de bonne et mauvaises voitures sont égales donc que pour les acheteurs, la probabilité est égale de faire une bonne ou une mauvaise affaire.

Les valeurs de réservation des agents sont les suivantes :

Les vendeurs de "vieux clous" en veulent 1 000 €, les acheteurs sont prêts à mettre 1 200 €.

Les vendeurs de bonnes okases en veulent 2 000 €, les acheteurs sont prêts à mettre 2 400 €.

La probabilité est égale de faire une bonne ou une mauvaise affaire. Donc un acheteur est en principe disposé à payer un prix de réservation moyen de  $1/2 (1\ 200) + 1/2 (2\ 400) = 1\ 800$  €.

Mais à ce prix seul les "vieux clous" sont mis en vente. Donc les acheteurs sont certains qu'il n'y a que des "vieux clous" sur le marché. Donc le prix d'équilibre de ce marché est 1 200 € et la qualité est médiocre. Aucune voiture de bonne qualité n'est vendue sur ce marché, il y a sélection adverse. Or ce serait une amélioration au sens de PARETO que le marché des bonnes okases existe puisque les acheteurs seraient prêts à mettre 2 400 € pour des bonnes okases, et les vendeurs en veulent 2 000 €. Les deux partis y gagneraient. L'asymétrie d'information génère un équilibre concurrentiel qui n'est pas optimal au sens de Pareto.

On peut analyser ce problème en disant que les vendeurs de vieux clous génèrent une externalité. Ils diminuent l'estimation que les acheteurs se font de la qualité du véhicule moyen, cela nuit aux vendeurs de bonnes okases. Il y a sélection adverse, seules les voitures de mauvaise qualité sont sélectionnées par ce marché, "les mauvaises voitures chassent les bonnes"

b) Généralisons le modèle au cas où la qualité est continue et montrons que la sélection adverse va détruire complètement le marché :

Soit  $q \in (0,1)$  la qualité d'un produit (pommes, ...) uniformément distribuée sur l'intervalle  $(0,1)$ , la qualité moyenne sur le marché est donc  $1/2$  si le meilleur produit est de qualité 1. Par contre si le meilleur produit sur le marché est de qualité  $\tilde{q} < 1$ ,  $(0 \dots \tilde{q} \dots 1)$  la qualité moyenne est  $\tilde{q}/2$ .

Hypothèse 1 : Supposons le prix proportionnel à la qualité, pour simplifier, disons égal.

Hypothèse 2 le prix de réserve des vendeurs : Les vendeurs vendent le produit de qualité  $q$  au prix  $p = q$ .

Hypothèse 3 le prix de réserve des acheteurs : les acheteurs sont disposés à payer un prix de réserve égal à  $p = 3/2 q$ .

Hypothèse 4 : Les acheteurs ne peuvent connaître que la qualité moyenne sur le marché  $\bar{q}$ , ils sont disposés à payer  $p = 3/2 \bar{q}$ . Quel est l'équilibre ? Montrons que c'est  $(p, q) = (0, 0)$ .

Supposons  $\hat{p}$  le prix d'équilibre.  $\forall \hat{p} > 0$

Seuls les vendeurs de produit de qualité inférieure à  $\hat{q} = \hat{p}$  vont vendre leur produit à ce prix.

La qualité sur le marché va donc de 0 à  $\hat{q}$   $(0 \dots \hat{q} \dots 1)$ .

Les acheteurs observant le prix savent que la meilleure qualité sur le marché est  $\hat{q}$ . Ils calculent la qualité moyenne  $(0 + \hat{q}) / 2 = \hat{p} / 2 = \bar{\hat{q}}$ . Ils en déduisent leur prix de réserve :

$$3/2 \bar{q} = (3/2) (\dot{p} / 2) = 3/4 \dot{p}.$$

Ce prix est inférieur à  $\dot{p}$  le prix d'équilibre supposé. Donc aucun produit ne sera vendu à ce prix. Puisque c'est vrai  $\forall \dot{p} > 0$ , aucun produit ne sera vendu à un prix positif quelconque. Le seul prix d'équilibre sur ce marché est  $p = 0$ , à ce prix la demande est nulle et l'offre aussi. L'asymétrie d'information et la sélection adverse a détruit complètement le marché.

Conclusion : si la qualité est continue, la sélection adverse détruit le marché ; cela est une détérioration au sens de Pareto puisque chacun gagnerait à l'existence du marché.

c) L'idée de base est la suivante : Quand les acheteurs de voiture d'occasion prennent les prix comme seule information sur la qualité (faute de mieux), comme tout prix attractif pour les vendeurs de produit de bonne qualité, l'est aussi pour les vendeurs de produit de mauvaise qualité, les acheteurs pensent que les voitures sont de mauvaise qualité et n'achètent pas. « Si la voiture est bonne, pourquoi la vendre à ce prix ? » Si vous achetez une voiture neuve, le lendemain vous la revendrez beaucoup moins cher.

Exemple des assurances vie : Si les primes sont fixées à des niveaux moyens pour l'ensemble de la population, c'est certainement une mauvaise affaire pour les individus en bonne santé, qui donc refusent de contracter une telle assurance. Seuls les moribonds signeront de tels contrats, et les primes s'élèveront et les biens-portants ne pourront s'assurer.

Exemple des banques : Si le banquier ne connaît pas les risques de chaque projet d'investissement, il fait payer le même taux d'intérêt à tous ses clients emprunteurs. À ce prix seuls les projets les plus rentables et risqués ont avantage à emprunter. Le banquier fait donc faillite.

L'asymétrie d'information conduit le marché concurrentiel à sélectionner les mauvais produits, les mauvais risques et supprime du marché les bons produits, les bons risques. L'Asymétrie d'information conduit à une détérioration au sens de Pareto. Comment résoudre le problème ?

## **B) La solution au problème de sélection adverse : le signal**

Intuitivement il faudrait que les vendeurs de bonnes voitures **signalent** qu'ils offrent des voitures de bonne qualité. Ce **signal** est par exemple : une garantie pour les marchands de voitures d'occasion, ou un rapport d'expertise, un contrôle technique d'un mécanicien expert, un bilan et certificat médical pour les assurés, une note d'une agence de notation pour les investisseurs, un label de qualité pour les marchands de pommes...

Tous ces signaux sont des informations fournies de façon centralisée par la loi ou des contrats. Nous ne sommes plus dans le cadre décentralisé de « la seule information transmise par les prix » de la concurrence pure et parfaite.

Mais fournir un signal pose un problème. Pour que ce signal sur la qualité de la voiture permette un équilibre, il est nécessaire que les vendeurs de vieux clous ne puissent le fournir. Ce que l'on souhaite obtenir, c'est que le signal révèle de façon crédible la qualité de la voiture

d'occasion, qu'il dise sincèrement si les assurés sont en bonne santé, si les pommes sont bonnes...

Le modèle de SPENCE (1974) permet de résoudre ce problème de la sélection adverse sur le marché du travail.

Supposons une entreprise qui embauche 2 catégories de travailleurs : les bons (input 2) et les mauvais (input 1), mais l'entreprise ne connaît pas la qualité du candidat à l'embauche. Elle connaît seulement la proportion générale  $\lambda$  de bons et  $(1 - \lambda)$  de mauvais.

La productivité marginale des bons est notée  $Pm_2$ , celle des mauvais est notée  $Pm_1$ , avec évidemment  $Pm_1 < Pm_2$ . La fonction de production est :  $Q = L_1^\alpha L_2^{1-\alpha} = Pm_1 L_1 + Pm_2 L_2$

Si l'entreprise pouvait distinguer les travailleurs, elle paierait à l'équilibre concurrentiel  $w_2 = Pm_2$  les bons et  $w_1 = Pm_1$  les mauvais. Cet équilibre serait optimal au sens de Pareto.

Mais elle ne peut pas distinguer entre bons et mauvais travailleurs, elle ne connaît pas  $Pm_1$  et  $Pm_2$ . Elle ne peut payer qu'un salaire moyen :  $\bar{w} = (1 - \lambda)Pm_1 + \lambda Pm_2$  avec  $w_2 > \bar{w} > w_1$ .

Donc les bons sont payés en dessous de leur productivité, les mauvais au dessus. Il y a sélection adverse : on a une fuite des bons et l'entreprise « sélectionne » les mauvais... Cet équilibre concurrentiel n'est pas un optimum de Pareto.

Pour résoudre ce problème, il faudrait que quelque chose **signale** les bons travailleurs. Mais pour que ce **signal** fonctionne, il faut que seulement les bons puissent l'émettre et pas les mauvais. On cherche donc un **équilibre séparateur**. C'est une situation qui sépare de façon stable les bons et les mauvais.

Pour obtenir un équilibre séparateur, on doit faire une **hypothèse forte** : le coût pour se procurer le signal est plus faible pour les bons que pour les mauvais<sup>9</sup>. Supposons que ce signal soit un diplôme<sup>10</sup>. Les bons peuvent montrer un diplôme, pas les mauvais. Alors le problème serait résolu. Les diplômés seraient payés  $w_2$  les non diplômés seraient payés  $w_1$ . Le problème est qu'il ne faut pas que les mauvais puissent montrer un diplôme, donc il faut supposer qu'ils ne peuvent l'obtenir, c'est ce que fait l'hypothèse forte.

Hypothèse faible : Le signal est plus coûteux à obtenir pour les mauvais travailleurs.

Soit  $c_i$  le coût d'acquisition d'une année d'étude, alors  $c_1 > c_2$ .

Soit  $e$  le nombre d'années d'études on a donc :  $e \cdot c_1 > e \cdot c_2$

Pour obtenir le résultat (équilibre séparateur) nous devons faire l'hypothèse forte suivante :

$$e \cdot c_1 > Pm_2 - Pm_1 > e \cdot c_2$$

<sup>9</sup> Cette hypothèse est forte parce qu'elle est ad hoc, tout est dit par elle et le résultat découle directement d'elle.

<sup>10</sup> Il existe deux grandes théories économiques de l'éducation :

-La théorie du capital humain, qui suppose que l'éducation améliore la productivité des travailleurs.

-La théorie du filtre, qui suppose que l'éducation fournit des diplômes qui sont des signaux qui permettent de sélectionner la qualité des travailleurs sur le marché du travail.

Il est difficile empiriquement de dire quelle est la meilleure théorie, puisque dans les deux cas l'éducation conduit à augmenter la productivité du travail. La première paraît plus « humaniste » mais nous utiliserons la seconde et nous supposons ici que l'éducation ne change pas la productivité des individus.



Autrement dit non seulement que  $c_1 > c_2$  mais encore que cet écart est suffisamment important.

Calcul de l'équilibre séparateur.

Le problème des agents est le suivant :

L'entreprise doit choisir le taux de salaire :  $w^*$

Le travailleur doit choisir le nombre d'années d'études :  $e^*$

Considérons les choix suivants : Les bons vont à l'école pour avoir un diplôme, pas les mauvais et l'entreprise rémunère les diplômés  $w_2$  et les non diplômés  $w_1$ .

	$e$	$w$
Bons (2)	$e_2 = e^*$	$w_2 = w_2(e_2) = w_2(e^*) = Pm_2$
Mauvais (1)	$e_1 = 0$	$w_1 = w_1(e_1) = w_1(0) = Pm_1$

S'agit-il d'un équilibre et est-il optimal ?

1/ Pour l'entreprise, si le signal est crédible, les salaires sont égaux aux productivités marginales, donc c'est un équilibre concurrentiel et optimal au sens de Pareto.

2/ Pour les travailleurs, le signal qu'ils émettent est-il stable ou ont-ils intérêt à modifier leur choix ?

- Les mauvais ont-ils intérêt à faire  $e^*$  années d'études ? S'ils le faisaient, ils auraient une augmentation de salaire de  $(w_2 - w_1)$  mais une augmentation de leur coût d'études de  $(e^* \cdot c_1)$ .

Or par hypothèse  $e^* \cdot c_1 > Pm_2 - Pm_1$ . Le coût est plus fort que le gain. Les mauvais n'ont donc pas intérêt à faire  $e^*$  années d'études.

- Les bons ont-ils intérêt à faire 0 année d'études ? Leur perte de salaire serait de  $(w_2 - w_1)$  et la baisse de leur coût d'étude serait  $(e^* \cdot c_2)$ . Or par hypothèse  $Pm_2 - Pm_1 > e^* \cdot c_2$ . Leur perte est plus forte que le gain. Les bons ont donc bien intérêt à faire  $e^*$  années d'études.

Il s'agit donc bien d'un équilibre séparateur (seuls les bons acquièrent le signal) et cet équilibre est optimal.

**Critique et conclusion :** l'hypothèse implique directement le résultat, elle est ad hoc. Si elle n'était pas satisfaite, nous n'obtiendrions pas d'équilibre séparateur, il n'y aurait pas de possibilité de discriminer les bons et les mauvais, tous seraient payés au salaire moyen et l'équilibre ne serait pas optimal.

On voit la difficulté pour résoudre le problème de sélection adverse. D'un point de vue décentralisé, il faut qu'un mécanisme concurrentiel puisse réaliser un équilibre séparateur. Que seuls les bons produits puissent acquérir un signal, qui signale leur qualité. Ce n'est pas toujours possible. D'un point de vue centralisé le dictateur bienveillant peut distribuer des garanties, des rapports d'expertise (contrôle technique, certificat médical...) donner des labels de qualité.

### C) La discrimination

On vient de voir qu'un défaut d'information peut sélectionner les mauvaises choses. Inversement il peut discriminer les bonnes choses. Arrow (1972) The theory of discrimination, Phelps (1968) The statistical theory of racism and sexism.

Supposons qu'initialement les Noirs et les Blancs ont exactement la même productivité.

L'entreprise ne peut connaître la qualité du candidat à l'embauche elle n'a comme information que le préjugé selon lequel les Blancs sont plus productifs que les Noirs. L'entreprise choisit donc de préférence les Blancs et elle offre des salaires inférieurs aux Noirs.

Puisque la probabilité pour un Noir d'être embauché est faible et s'il l'est son salaire sera faible, son salaire espéré est inférieur à celui d'un blanc et les noirs ont donc moins d'incitations à investir dans l'éducation. Ils vont donc moins à l'école et leur productivité est donc inférieure à celle des blancs. Cela valide les anticipations des entreprises qui sont des croyances autoréalisatrices et on arrive à un équilibre stable.

Le système a créé une inégalité entre Noir et Blancs qui est une détérioration au sens de Pareto. L'inefficacité tient dans le sous investissement en éducation des noirs. Pour remédier à cette inefficacité on peut utiliser des lois anti-discrimination et des quotas.

Il y a d'autres explications à la discrimination, mais l'analyse économique à son mot à dire sur cette question. Elle peut par exemple analyser l'efficacité des lois anti discrimination et quotas pour régler ce problème. (Voir Coate et Loury "Will Affirmative-Action policies Eliminate Negative Stereotypes ?" AER (1993))

### §3) L'aléa moral

Après le contrat signé, l'agent va changer de comportement et le bénéfice que l'autre tirait du contrat va diminuer. Une fois assurée, Alice devient négligente et donc le profit de l'assureur diminue.

#### **A) les problèmes posés par l'aléa moral sur les marchés d'assurance**

##### **1) Le principe de l'assurance**

On sait que le choix en incertitude se fait en considérant l'utilité espérée et la fonction d'utilité de Von Neuman - Morgenstern . Posons le modèle suivant :

Alice est adverse du risque, sa fonction d'utilité de VNM est concave  $U = \sqrt{x}$ .

Sa maison vaut 64 € (en milliers). Son utilité d'avoir une maison est égale à  $\sqrt{64} = 8$ .

Mais il existe un risque d'incendie (évalué à 10%,  $p = 0.1$ ).

Si sa maison brûlait elle ne vaudrait que 4 € ; l'utilité d'Alice serait  $\sqrt{4} = 2$ .

a) Définissons des concepts importants :

-La **valeur espérée** de la maison est la **loterie** :  $0.1 (4 \text{ €}) + 0.9 (64 \text{ €}) = 58 \text{ €}$ .

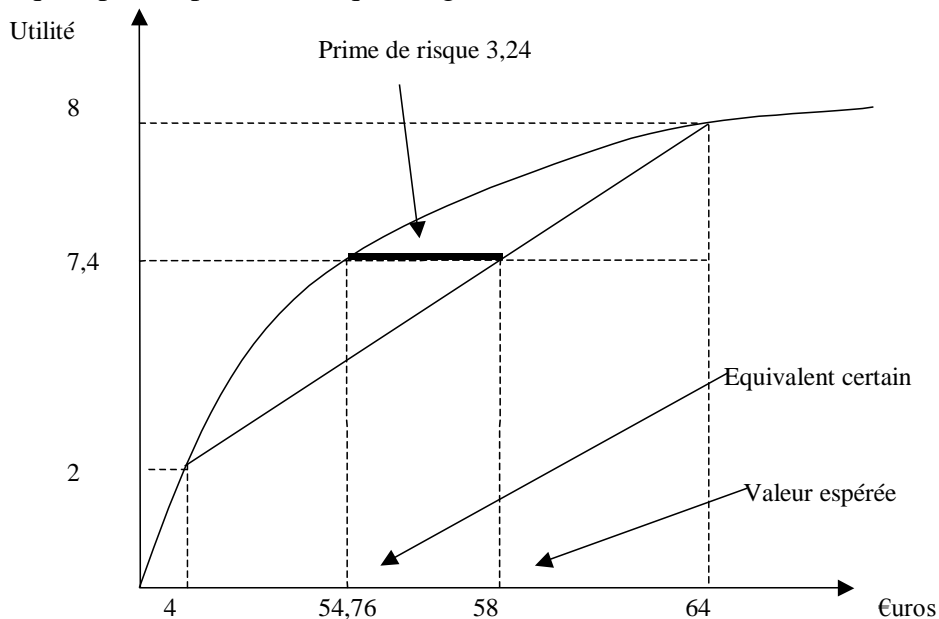
-L'**utilité espérée d'Alice est** :  $0.1\sqrt{4} + 0.9\sqrt{64} = 7.4$

La valeur détenue avec certitude qui procurerait à Alice 7.4 d'utilité est  $(7.4)^2 = 54.76 \text{ €}$ .

-L'**équivalent certain** est **54.76 €** c'est la somme qui procure avec certitude autant d'utilité à l'agent qu'une loterie (une somme incertaine selon les états de nature).

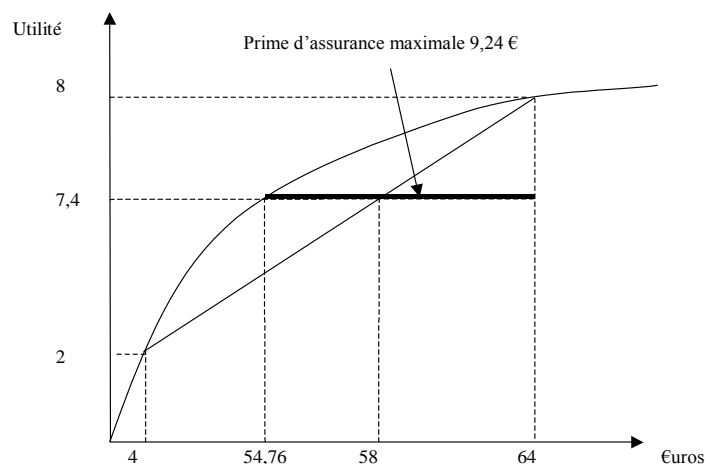
Donc Alice est indifférente entre détenir une valeur espérée de 58 € et un équivalent certain de 54,76 €. Alice est donc prête à consacrer la différence entre ces deux sommes (3,24 €) à payer une **prime de risque**.

-**La prime de risque** c'est le montant qu'une personne averse au risque est prête à payer pour éviter de prendre un risque. Elle est égale à la différence entre l'espérance mathématique de la loterie et son **équivalent certain**. Plus une courbe est concave (plus l'agent est averse au risque), plus la prime de risque est grande.



b) Introduisons maintenant l'assurance. Puisque Alice est averse au risque, elle est prête à s'assurer pour éviter un risque. Dans la situation présente, sans assurance son utilité est de 7,4. Donc tout contrat qui lui procure plus d'utilité trouve son accord. Tout contrat dont la prime à payer serait  $x$ , et qui lui rembourserait sa maison 64 € si elle brûle, tel que  $U(64 - x) \geq 7.4$  serait intéressant. De façon équivalente, à un assureur qui lui garantirait une valeur de 54,76 € avec certitude, Alice est prête à payer une prime d'assurance allant jusqu'à 9,24 €. En payant 9,24, que sa maison brûle ou non, elle aura :

$$U(64 - 9,24) = U(54,76) = 7,4$$



Une prime au maximum de **9,24** est la **valeur de réservation d'Alice**. Toute prime d'assurance inférieure trouve l'accord d'Alice.

c) Supposons que Blaise soit assureur. Nous supposons que l'assureur est neutre vis à vis du risque, il ne considère que les probabilités objectives (que la maison brûle) pour faire ses calculs de maximisation du profit. Son coût est de 64 € si la maison brûle. Mais il n'y a que 10 % de risque qu'elle brûle. Son coût espéré est donc de  $64 \times 0.1 = 6,4$  €. Une prime au minimum de **6,4 €** est la **valeur de réservation de Blaise**.

d) Un marché d'assurance pour une prime de 7 €.

Toute prime comprise entre 9,24 et 6,4 € est intéressante pour Alice et Blaise. Supposons une prime de 7 €.

Alice voit son utilité augmenter de 7,4 à  $U(64-7) = \sqrt{57} = 7,55$

Blaise a un profit de  $\Pi = 7 - 6,4 = 0,6$  €

Faire un marché d'assurance est intéressant pour les deux agents, c'est une amélioration au sens de Pareto.

## 2) aléa moral et assurance

L'assurance pousse les agents à devenir négligents. Cette modification de comportement rend le métier d'assureur moins rentable. Ce problème d'aléa moral conduit à la destruction du marché.

### a) dans un monde sans assurance.

Modifions légèrement l'exemple précédent. Alice a toujours la même fonction d'utilité, Alice gagne 100 €, son gain diminue de 60 € si elle est victime d'un accident. Pour se prémunir contre cet accident elle peut être prudente ou négligente : si elle fait preuve de prudence alors elle investit en sécurité 36 € mais si elle est négligente elle investit 35 €.

### SANS assurance

	Coût de la sécurité	Probabilité d'accident	Gain si accident	Gain sans accident	Utilité espérée
Prudence	36 €	10%	100-60-36 = 4 €	100-36 = 64 €	$0.1\sqrt{4} + 0.9\sqrt{64}$ = <b>7.4</b>
Négligence	35 €	40%	100-60-35 = 5 €	100-35 = 65 €	$0.4\sqrt{5} + 0.6\sqrt{65}$ = <b>5.73</b>

Conclusion ; dans un monde **sans assurance**, **Alice est prudente** ( $7.4 > 5.73$ ).

- En observant son comportement, Blaise voit la possibilité d'assurer Alice contre les 60 € de perte qu'elle supporte en cas d'accident de probabilité 10 %. Le coût pour Blaise est :  $(0.1 \times 60) + (0.9 \times 0) = 6$  €

- Puisque Alice est prudente, elle investit 36 €, elle est face à une loterie qui lui procure 7,4 d'utilité espérée. Or recevoir 54,76 € avec certitude lui procure la même utilité. Elle est donc prête à payer une prime d'assurance allant jusqu'à  $100 - 36 - 54,76 = 9,24$  €.

- La valeur de réservation d'Alice est de 9.24, celle de Blaise est de 6, Alice et Blaise peuvent s'entendre pour une prime de 7 €. Il y a donc un marché qui constitue une ASP.

**b) dans un monde avec une assurance à 7€.**

**AVEC assurance**

	Coût de la sécurité + Assurance	Probabilité d'accident	Gain si accident	Gain sans accident	Utilité espérée
Prudence	36 € + 7 €	10%	100-36-7 = 57 €	100-36-7 = 57 €	$0.1\sqrt{57} + 0.9\sqrt{57}$ = <b>7.55</b>
Négligence	35 € + 7 €	40%	100-35-7 = 58 €	100-35-7 = 58 €	$0.4\sqrt{58} + 0.6\sqrt{58}$ = <b>7.61</b>

Conclusion ; dans un monde **avec assurance, Alice est négligente** ( $7.61 > 7.55$ )

Remarquons que ce résultat est très général et ne dépend pas de chiffres de l'exemple. Puisque avec ou sans accident on a le même gain lorsqu'on est assuré il vaut toujours mieux être négligent à partir du moment où cela coûte moins cher.

**c) conséquences de l'aléa moral**

La modification du comportement d'Alice modifie la loterie face à laquelle se trouve l'Assureur.

Alice négligente n'investit que 35€ en sécurité et a maintenant une probabilité d'accident de 40%.

Le coût pour Blaise est maintenant :  $(0.4 \times 60€) + (0.6 \times 0) = 24€$

Son profit est négatif  $\Pi = 7 - 24 = -17€$  et il fait faillite.

Le marché de l'assurance est détruit et c'est une détérioration au sens de Pareto. La raison de cet échec du marché vient de l'information incomplète. Blaise n'a pour seule information que l'observation du comportement d'Alice avant qu'elle soit assurée. Blaise la croyait prudente, hélas il s'est trompé. L'assurance a rationnellement changé le comportement d'Alice. Peut être que Blaise peut tenir compte de cela...

**B) La solution aux problèmes d'aléa moral : l'incitation par la franchise**

La raison de cet échec du marché est l'information incomplète, parce que Blaise, l'assureur ne dispose pas d'information qui lui permette de contrôler les actions d'Alice. Comment remédier à cet échec du marché en présence d'information incomplète ?

- De façon centralisée, le dictateur bienveillant peut intervenir pour contrôler les actions d'Alice et l'obliger à agir avec prudence : Il peut l'obliger à porter une ceinture de sécurité homologuée, peut être même peut il l'obliger à respecter le code de la route (?), à porter un casque de chantier, des chaussures de sécurité, à avoir un extincteur dans sa maison... en résumé l'Etat peut imposer des normes de sécurité.

- Mais le problème peut aussi être résolu de façon décentralisée par l'invention d'un meilleur **contrat incitatif**. Des contrats privés peuvent faire en sorte qu'Alice soit incitée à agir avec prudence, qu'elle supporte les conséquences de ses actes. Par exemple c'est la raison d'être des **franchises** dans les contrats d'assurances.

Le contrat entre Alice et Blaise peut être le suivant : « Si tu as un accident, je te rembourse 60 € moins la franchise fixée à 10 € soit 50 € ». Ainsi Alice va devenir prudente et Blaise ne fera pas faillite. Montrons le.

	Coût de la sécurité + Assurance	Probabilité d'accident	Gain si accident - Franchise	Gain sans accident	Utilité espérée
Prudence	36 € + 7 €	10%	100-36-7-10 = 47 €	100-36-7 = 57 €	$0.1\sqrt{47} + 0.9\sqrt{57}$ = <b>7.48</b>
Négligence	35 € + 7 €	40%	100-35-7-10 = 48 €	100-35-7 = 58 €	$0.4\sqrt{48} + 0.6\sqrt{58}$ = <b>7.3</b>

Conclusion ; **Alice est prudente** ( $7.48 > 7.3$ ).

Avec un tel contrat incitatif Alice supporte une partie de la perte en cas d'accident, elle a donc une incitation à la prudence.

Alice est assurée et Blaise ne fait pas faillite : tout le monde gagne, c'est une amélioration au sens de Pareto. La clause de franchises permet d'éviter le problème d'aléa moral. Mais l'assurance pose aussi un problème de sélection adverse.

### C) L'assurance et la sélection adverse

Par manque d'information, les assureurs ne peuvent pas savoir si les gens sont prudents ou négligents, ils font donc payer une prime moyenne, cette prime est trop élevée pour les prudents, seuls les négligents s'assurent, ils y a un problème de sélection adverse.

Supposons que la seule information de l'assureur soit la proportion  $\lambda$  d'individus prudents dans la population totale et la proportion  $(1 - \lambda)$  d'imprudents. Les assureurs vendent donc des assurances à un agent moyen.

La probabilité d'accident sur un contrat moyen est  $\lambda(0.1) + (1 - \lambda)0.4 = P$

a) calculons le prix de réserve de l'assureur :

Par hypothèse l'assureur est neutre face au risque, il est face à la loterie :

$$P \cdot 60 \text{ €} + (1 - P) \cdot 0 \text{ €} = [\lambda \cdot 0.1 + (1 - \lambda) \cdot 0.4] \times 60 = 6\lambda + 24 - 24\lambda = \mathbf{(24 - 18\lambda) \text{ €}}$$

C'est le coût espéré d'un contrat et donc le prix de réserve minimal pour l'assureur.

Remarque : si  $\lambda = 1$  (tous les agents sont prudents) le coût = 6 € et si  $\lambda = 0$  (tous les agents sont imprudents) le coût = 24 €.

Supposons que la proportion des prudents soit  $\lambda = 1/4$ , c'est la seule information connue de l'assureur.

La probabilité d'accident est alors :  $P = (1/4)0.1 + (3/4)0.4 = 0.325$

Le prix de réserve minimum de l'assureur est  $0.325 \times 60 \text{ €} = 19.5 \text{ €}$

b) calculons le prix de réserve des assurés :

Le principe de l'assurance nous a montré que la prime qu'est prêt à payer l'assuré va jusqu'à ce que l'équivalent certain lui procure la même utilité certaine que son utilité espérée. Reprenons le tableau du monde sans assurance, calculons l'équivalent certain et déduisons le prix de réserve des agents.

	Coût de la Sécurité	Probabilité d'accident	Gain si accident	Gain sans accident	Utilité espérée	Equivalent certain	Prix de réserve des assurés
<b>Prudents</b>	36 €	10%	100-60-36 = 4 €	100-36 = 64 €	<b>7.4</b>	$(7.4)^2$ = <b>54.76</b>	100-36- 54.76 = <b>9.24 €</b>
<b>Négligents</b>	35 €	40%	100-60-35 = 5 €	100-35 = 65 €	<b>5.73</b>	$(5.73)^2$ = <b>32.83</b>	100-35- 32.83 = <b>32.17 €</b>

Comme l'espérance d'utilité des négligents est plus faible, on constate que l'équivalent certain qu'ils exigent est plus faible, et qu'ils sont évidemment prêts à payer des primes d'assurance plus élevées.

c) le marché échoue.

- Puisque l'assureur n'a pas l'information pour distinguer les prudents et les négligents, supposons qu'il fasse payer le prix moyen minimum de 19.5 €.

A ce prix, les prudents refusent de s'assurer ( $19.5 > 9.24$ ), pour eux ce prix moyen est trop élevé. Seuls les négligents vont faire une bonne affaire en s'assurant ( $19.5 < 32.17$ ).

Donc seuls les négligents s'assurent, il y a **sélection adverse**.

- L'assureur fait faillite.

Puisque seuls les négligents s'assurent, la probabilité réelle d'accident n'est pas  $P = 0.325$  mais  $P = 0.4$ . Le coût réel pour l'assureur est :  $0.4 \times 60 = 24 \text{ €}$ .

L'assureur a vendu des assurances pour 19.5 € alors que son coût est 24 €. Il fait faillite, la disparition du marché de l'assurance est une détérioration au sens de Pareto puisque chacun gagnerait à ce que ce marché existe. Les prudents voudraient s'assurer pour 9.24 € et l'assureur leur ferait payer 6 €. Les négligents voudraient s'assurer pour 32.17 € et l'assureur leur ferait payer 24 €. Tous le monde y gagnerait. L'asymétrie d'information cause une sélection adverse qui ruine le marché et cause une détérioration au sens de Pareto.

d) La solution : un signal révélateur d'information

On comprend qu'il faut que les prudents émettent un signal pour signaler qu'ils le sont, afin d'avoir des assurance à 9,24 €. Ce signal émis n'a d'intérêt que si les négligents ne peuvent l'émettre. L'équilibre doit être séparable. Pour cela il faut qu'il y ait un coût d'obtention du

signal supérieur pour les négligents pour qu'ils ne puissent se le procurer. Par exemple les assureurs demandent de présenter un permis de conduire, un certificat de bonne conduite...

Hypothèse forte : Supposons que le coût d'obtention du certificat de bonne conduite soit plus élevé pour les négligents.

-Le coût du certificat est de 3,24 € maximum pour les prudents, par exemple 3 €.

-Le coût du certificat est de 18 € minimum pour les négligents, par exemple 19 €.

Le problème des agents est le suivant :

L'assureur doit choisir la prime d'assurance.

L'assuré doit choisir d'acquérir un certificat.

Considérons les choix suivants : les prudents acquièrent un certificat, pas les négligents, l'assureur fait payer selon que l'individu a ou non un certificat.

	certificat	Prime d'assurance
Prudents	3 € Oui	$0.1 \times 60 = 6 \text{ €}$
Négligents	19 € Non	$0.4 \times 60 = 24 \text{ €}$

S'agit-il d'un équilibre et est-il optimal ?

-Pour l'assureur, si le signal est crédible, on admet que l'assureur maximise son profit.

-Pour les prudents : Ils payent 3 € de certificat et 6 € d'assurance soit 9 €. Si ils n'acquièrent pas de certificat ils payent 0 € de certificat et 24 € d'assurance soit 24 €. Leur prix de réserve pour l'assurance est 9,24 €. Ils ont donc bien intérêt à acquérir un certificat tant qu'il ne leur coûte pas plus de 3,24 comme supposé.

-Pour les négligents : Ils payent 0 € de certificat et 24 € d'assurance soit 24 €. S'ils acquièrent un certificat ils payent 19 € de certificat et 6 € d'assurance soit 25 €. Leur prix de réserve pour l'assurance est 32,17 €. Ils ont donc bien intérêt à ne pas acquérir un certificat tant qu'il leur coûte plus de 18 € comme supposé.

Aucun agent n'a intérêt à modifier sa décision. C'est un équilibre et cet équilibre est séparable, il permet d'identifier les deux groupes d'agents, et l'assureur peut faire payer des primes d'assurance différentes à la vue du certificat.

e) Conclusion : existence et optimalité

L'**existence** de cet équilibre **séparateur** est liée à l'hypothèse forte de différence de coût du certificat de 3,24 € maximum pour les prudents, et de 18 € minimum pour les négligents. Si le coût pour les prudents était de 4 €, ils ne se procureraient pas de certificat. Personne n'aurait de certificat, et il y aurait un équilibre **mélangeant**. Il n'y aurait pas de signal et l'assureur ferait payer le prix moyen 19,5 €. Le problème de sélection adverse ne serait pas résolu, l'équilibre ne serait pas optimal au sens de Pareto.

L'optimalité est obtenue grâce au signal qui permet d'obtenir un équilibre séparable. Mais remarquons que les prudents gagnent à l'existence de ce signal puisqu'ils peuvent maintenant s'acheter une assurance, alors les négligents subissent une perte. Sans signal ils payaient 19,5 €, ils paient maintenant 24 € à l'équilibre séparable. La création d'un signal n'est donc pas



une amélioration au sens de Pareto. Pour faire de la création du signal une ASP il faut dédommager les perdants à la création du signal, c'est-à-dire ici les négligents qui doivent recevoir 4,5 € de la part des prudents.

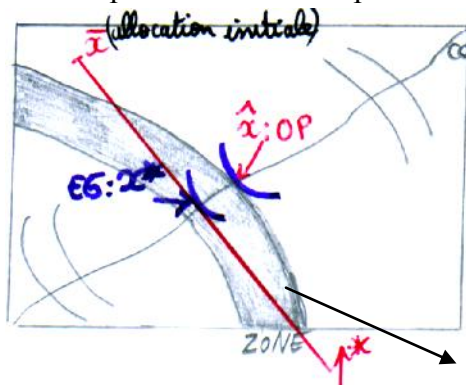
## Section IV : Violation d'autres hypothèses

Le premier théorème est établi sous certaines hypothèses. Nous en avons relâchées certaines qui sont importantes concernant l'existence de biens non excluables, non rivaux, de situations non concurrentielles, de défauts d'informations.

Nous allons voir que certaines hypothèses, qui peuvent sembler anodines, sont également importantes pour que l'ECG soit OP.

### §1) Hypothèse de non saturation

Supposons que Blaise ait une zone de saturation locale représentée par une courbe d'indifférence épaisse. Alice a des préférences classiques.



zone de saturation : en tout point de la zone, Blaise a la même utilité

Commençons par constater que  $x^*$  est un ECG pour le système de prix  $p^*$  :

- Alice maximise en  $x^*$ ,
- en  $x^*$ , Blaise à un maximum d'utilité,
- les marchés sont équilibrés.

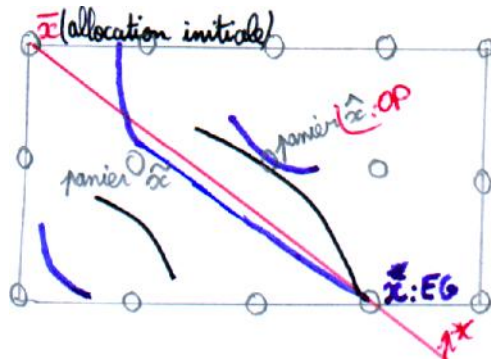
La définition d'un ECG est vérifiée, on en déduit que  $x^*$  est bien un ECG.

Mais  $x^*$  n'est pas un OP car il existe une ASP. Le point  $\hat{x}$  est une allocation qui permet d'augmenter l'utilité d'Alice sans diminuer celle de Blaise.

On voit ici que  $ECG \neq OP$ . On en conclut que l'hypothèse de non saturation est nécessaire pour établir le premier théorème.

### §2) Hypothèse de non divisibilité

Représentons une économie d'échanges avec des biens indivisibles. Les allocations de consommations possibles sont représentée par des point dans la boîte d'Edgeworth. L'économie est dotée de 4 unités de bien 1 et de 2 unités de bien 2. La dotation initiale est  $\bar{x}$ , Alice possède les deux unités de bien 2 et Blaise possède les quatre unités de bien 1. Soit  $p^*$  le prix d'équilibre.



Alice et Blaise préfèrent les paniers qui sont au delà de leur contrainte budgétaire.

Alice a les préférences suivantes :

Blaise a les préférences suivantes :

$$\hat{x} \succ^a x^* \succ^a \bar{x} \succ^a \tilde{x}$$

$$\tilde{x} \succ^b x^* \sim \hat{x} \succ^b \bar{x}$$

L'ECG est  $x^*$ . En effet pour  $p^*x^*$  :  
 - tous les agents maximisent leur utilité,  
 - les marchés sont équilibrés.

Mais  $x^*$  n'est pas un OP car il existe une ASP. Le point  $\hat{x}$  permet à partir de  $x^*$  d'augmenter l'utilité d'Alice sans diminuer celle de Blaise.

Encore une fois on voit ici que  $ECG \neq OP$ . L'hypothèse de divisibilité est nécessaire pour établir le premier théorème.

### §3) Hypothèse de finitude

Nous avons fait l'hypothèse selon laquelle le nombre de bien était fini ( $n$ ) (aussi grand soit il, surtout si il existe des marchés continents) et selon laquelle le nombre d'agents était fini : ( $m$ ) consommateurs et ( $l$ ) producteurs. Cette hypothèse est nécessaire pour que l'équilibre général soit optimal et elle est nécessaire à la preuve du premier théorème de l'économie du bien être.

#### **A) Nombre de biens et d'agents infini et inefficience**

Montrons que sans hypothèse selon laquelle le nombre de biens et d'agents est fini il se peut que l'ECG ne soit pas OP.

Supposons une économie avec un bien en quantité infinie et un nombre infini d'agents. Chaque agent est doté d'une unité de bien. L'allocation  $(\bar{x}^c) = (1)$  est un ECG, cette allocation est possible et chaque agent maximise son utilité, il n'y a pas d'échanges profitables. Mais cet ECG n'est pas un OP car il existe une ASP.

Supposons les agents rangés par ordre de numéro :

1 2 3 4 5 6 .....  $\infty$

Obligeons chaque agent à donner à celui de gauche son unité de bien. Alors l'agent 1 y gagne, il aura deux unités de bien et personne n'y perd puisque chacun retrouve une unité. On a donc une ASP. Remarquons que l'on peut recommencer ce jeu en éliminant l'agent 1 (qui part avec ses deux unités) et l'on aura de nouveau une ASP, l'agent 2 aura deux unités, etc.

Remarquons que, dans ce jeu, si le nombre d'agent (ou de biens) est fini, l'ECG est un OP puisque qu'il n'existerait alors pas d'ASP, l'obligation de donner son unité de bien lèserait le dernier agent.

Pour prendre conscience de ce gain il faut considérer l'ensemble de la société. Les agents intéressés à échanger pour leur seul bien être ne réaliseront jamais ce gain. L'intervention de la politique économique est dans ce cas utile.

Ce problème n'est pas qu'un amusement théorique. Dans les économies temporelles la durée de l'économie n'ayant *a priori* pas de fin, le nombre de bien et d'agents est *a priori* infini. Cela pose le problème de **l'inefficience dynamique** que nous étudierons en 3ème année.

## B) Preuve du premier théorème de l'économie du bien être et hypothèse de finitude

### Premier théorème de l'économie du bien être

-  $(\hat{x}, p)$  est un ECG si :

$$A) \text{ L'allocation est possible : } \sum_c \hat{x}^c = \sum_c \bar{x}^c$$

B) Chaque agent maximise son utilité sous sa contrainte budgétaire et donc :

Si  $\tilde{x}^c \succ^c \hat{x}^c$  alors  $p\tilde{x}^c > p\hat{x}^c$ , s'ils préfèrent le panier  $\tilde{x}$  à  $\hat{x}$ , ils ne peuvent se le payer.

-L'allocation  $\hat{x}$  est un OP si elle est possible et si il n'existe pas d'ASP

Théorème : Si  $(\hat{x}, p)$  est un ECG alors  $\hat{x}$  est un OP

### Preuve

Supposons le théorème faux, que l'ECG  $\hat{x}$  ne soit pas un OP.

Alors il existe une allocation possible  $\tilde{x}$  qui est une ASP :  $\tilde{x}^c \succ^c \hat{x}^c, \forall c$

Puisque  $\tilde{x}$  est possible elle vérifie A et en multipliant par p :  $p \sum_c \tilde{x}^c = p \sum_c \bar{x}^c$

Puisque  $\hat{x}$  est un ECG, selon B on a  $p\tilde{x}^c > p\hat{x}^c$ , en faisant la somme sur c :  $p \sum_c \tilde{x}^c > p \sum_c \hat{x}^c$

On aboutit à une contradiction en supposant que l'ECG  $\hat{x}$  n'est pas un OP, donc cette supposition est fausse. CQFD

Si dans cette preuve les sommes étaient infinies, il n'y aurait pas de contradiction (l'infini n'est pas commensurable) donc si le nombre de biens ou d'agents était infini cette preuve ne « marcherait » pas.

C'est sur cette belle preuve que nous achèverons le cours.

A l'année prochaine pour de nouvelles aventures d'Alice et Blaise.

Bonnes vacances !