Conclusion

Cette thèse a été consacrée à l'étude de deux des problèmes fondamentaux de la géométrie algorithmique, l'enveloppe convexe et les arrangements, considérés pour des objets modélisant le monde réel mieux que les lignes polygonales, des objets "courbes". Nous avons commencé par introduire un objet général, la polycourbe, qui nous a permis de formaliser les propriétés demandées aux objets traités. Un cas particulier de polycourbe, construit à l'aide des courbes de Bézier, s'est situé au centre de la discution menée au fil des pages, car une ample littérature sur les courbes de Bézier nous assure de l'intérêt qui leur est porté, et aussi du fait que la modélisation par de telles courbes est suffisamment réaliste.

Le premier problème abordé a été le calcul de l'enveloppe convexe d'une polycourbe, et en particulier d'une polycourbe de Bézier. À la différence de la plupart des auteurs s'étant penchés sur le sujet, nous avons accordé la priorité aux aspects topologiques du problème, commençant par une définition rigoureuse de la notion de topologie dans notre cas. La méthode que nous avons proposée peut quand même fournir aussi une approximation (presque polygonale) de l'enveloppe convexe de la polycourbe de Bézier. Des résultats purement théoriques, mais aussi des résultats théoriques avec un grand intérêt "algorithmique" ont été donnés avant une description complète des algorithmes calculant diverses versions d'enveloppe convexe (approchée, topologique ou mixte). Les résultats numériques présentés donnent une bonne idée de la complexité des algorithmes, bien inférieure à celle obtenue par le calcul théorique de coût, et du fonctionnement de ces algorithmes.

Le deuxième problème discuté a été le calcul de l'arrangement d'un ensemble de polycourbes donné. Dans ce cas, la notion de topologie n'est pas seulement bien définie et connue, mais aussi au centre de l'attention de tous les chercheurs ayant travaillé sur les arrangements. Un rappel, qui est très bref en regard du nombre de publications sur le sujet, mais assez important dans le cadre du chapitre IV, s'est donc avéré indispensable. Rappelons ici que notre but n'a pas été de calculer la structure combinatoire d'un arrangement de polycourbes donné, mais de trouver un arrangement de lignes polygonales qui lui soit équivalent. Nous pourrons dire que ce but a été doublement atteint, car nous avons trouve deux tels arrangements de lignes polygonales qui en plus présentent de très bonnes propriétés d'encadrement de l'arrangement de polycourbes, permettant ainsi de résoudre certains problèmes sans avoir à travailler à aucun moment directement avec les courbes de Bézier. Cette deuxième partie de la thèse a la même structure que la première, les résultats théoriques applicables dans des algorithmes suivant les résultats purement théoriques et étant suivis par les algorithmes exhaustivement commentés. La thèse s'achève par des résultats numériques et exemples pour le problème des arrangements.

Ainsi, nous avons présenté dans cette thèse une méthode de résolution des problèmes de la géométrie algorithmique posés pour des objets non linéaires mettant l'accent sur les aspects topologiques de la solution fournie. Notre approche consiste à résoudre les problèmes pour des suites convergentes d'approximations polygonales des objets donnés, évitant de cette manière de traiter des (systèmes d')équations algébriques. La suite logique des travaux présentés consiste, comme nous l'avons déjà mentionné dans l'introduction, à traduire tous les algorithmes en termes d'arithmétique d'intervalle, capable, à la différence de l'arithmétique flottante que nous avons utilisée, d'assurer la cohérence topologique des résultats obtenus même dans les cas dégénérés ou presque pendant le traitement des objets linéaires.

Une extension naturelle serait aussi d'adapter les algorithmes pour autre types de courbes paramétrées contrôlées par des points, rationnelles ou polynômiales, comme mentionné dans l'introduction de la deuxième partie du chapitre un. Les résultats théoriques n'ont besoin d'aucune modification, nous avons vu que les propriétés les assurant sont partagées par toutes les familles de courbes visées : B-splines, Bézier rationnelles, NURBS.

Une autre idée intéressante nous semble ressortir des remarques faites dans la sous section IV.4.5 sur l'équivalence des arrangements de courbes qui sont bornées. Ainsi, l'équivalence semble représenter (de manière plus naturelle que les définitions déjà introduites) l'existence d'une transformation continue (et réversible) du plan superposant les deux arrangements l'un à l'autre. Cette définition aurait l'inconvénient de remplacer une notion combinatoire, donc de nature discrète (et finie), par une notion de nature continue, bien plus difficile à "algorithmiser", mais pourrait avoir un intérêt théorique, étant plus exacte.

Pendant les années de travail que cette thèse a demandés, des problèmes autres que l'enveloppe convexe et les arrangements ont été un peu étudiés à travers l'approche que nous utilisons (résoudre le problème posé pour des approximations polygonales de l'objet donné, en obtenant une approximation topologiquement cohérente de la solution). Il s'est ainsi avéré que cette méthode ne paraît pas adaptée à l'étude des sommes de Minkowski, ni, au moins pas de façon directe, à celui des diagrammes de Voronoï. Par contre, les courbes de Bézier semblent offrir une possibilité, que nous désirons explorer, concernant les bissecteurs de Voronoï.

Un problème de nature pratique s'est aussi posé dans la création des échantillons de polycourbes, respectivement d'arrangements, utilisés pour les résultats numériques, nommément le problème de la génération aléatoire "uniformément distribuée" d'objets satisfaisant un certain nombre de propriétés. Si générer un polygone convexe "en position générale" n'est pas une tâche très ardue, générer un deuxième tel que l'union des courbes de Bézier qu'ils définissent soit une courbe simple l'est un peu plus, et vers le cinquième polygone de contrôle d'une même polycourbe l'algorithme n'arrive plus à trouver un "bon" sans une attentive implémentation de toutes les contraintes.

Nous ne pouvons pas conclure ce document sans mentionner aussi l'intérêt et l'importance qu'une extension en trois dimensions, sinon des résultats, au moins de la méthode présentée aurait. Ceci devrait évidemment commencer par une définition rigoureuse de la "polysurface", suivie par une étude des résultats que nous cherchons, qui peut être très délicate dans la phase de définition de la topologie du problème posé.