

La Licence de Mathématiques , visions croisées en Francophonie

Jean-Pierre BOREL¹

1 – Le contexte de la réflexion

Cet article présente l'état de réflexion d'un groupe de travail de mathématiciens de l'espace francophone, sur la Licence de Mathématiques : est-ce un concept partagé, avec un contenu clairement identifié, y a-t-il des convergences et des différences, lesquelles et pourquoi ? Aujourd'hui, beaucoup de départements de Mathématiques accueillent en Master des étudiants francophones issus de ces licences, et il m'a paru utile de partager le travail fait, même et surtout parce qu'il n'est pas terminé.

Ce groupe a réuni une vingtaine de collègues mathématiciens de tous pays, soit Doyens de leur Faculté, soit responsables de la licence de mathématiques dans leur Faculté, que je remercie à nouveau pour leur participation :

Amir ABDESSAMAD (Mostaganem, Algérie)
Amah d'ALMEIDA (Lomé, Togo)
Jean-Pierre BOREL (Limoges, France, Doyen honoraire)
Alassane DIEDHOU (Ziguinchor, Sénégal)
Janin JADOTTE (Port au Prince, Haïti)
Ali MNEIMNEH (u. Libanaise, Liban, Doyen)
Sérigné Amadou N'DIAYE (Dakar, Sénégal)
Hervé SABOURIN (Poitiers, France)

Joseph ALASSAD (USEK, Liban)
Abdelmoujib BENKIRANE (FS Fès, Maroc)
Lobna DERBEL (Tunis, Tunisie)
Fatima EZZAKI (FST Fès, Maroc)
Rodoumta KOINA (ENTP, Tchad)
Vincent MONSAN (Abidjan, Côte d'Ivoire)
Gilles RABY (Poitiers, France, Doyen honoraire)
Raafat TALHOUK (u. Libanaise, Liban)

Je remercie tout particulièrement le Doyen Ali Mneimneh, qui a animé ce groupe de travail avec moi, et le Professeur Evelyne Garnier-Zarli, de l'Université de Paris-Est Créteil, présidente de la CIRUISEF, qui a suscité cette réflexion dans tous les champs scientifiques.

Le travail rapporté ici a été mené en deux temps, et dans le cadre d'une réflexion sur les fondamentaux des Licences scientifiques impulsée par la CIRUISEF² : lors d'une réflexion préliminaire conduite entre décembre 2012 et mars 2013, au travers d'échange à distance de documents et d'idées, puis lors du colloque de la CIRUISEF qui s'est tenu à Québec début avril 2013. S'y sont rajoutés de nombreux contacts formels et informels, notamment avec des collègues

¹ Vice-président de la SMF en charge des questions d'enseignement, Doyen honoraire, président honoraire de la Conférence des Doyens Sciences de France (CDUS).

² Conférence internationale des Responsables des Universités et Institutions Scientifiques d'Expression Française, réseau scientifique soutenu par l'Agence Universitaire de la Francophonie (AUF).

mathématiciens belges et québécois. Les fruits de ce travail d'ensemble a fait l'objet d'une publication récente³.

La réflexion du groupe a été alimentée par de nombreux exemples de maquettes d'enseignement en provenance de divers pays (découpage en années, semestres, UE⁴, volumes horaires et contenus), par une grille d'analyse construite pour ce travail (origine et devenir des étudiants, côté formation ainsi que mobilité géographique), et bien entendu par le travail qui avait été mené par la SMF, la SMAI et la SFdS sur le « socle de la licence de Mathématiques »⁵, document de quatre pages sur les objectifs fondamentaux et les principaux chapitres dont l'étude est incontournable pour tout licencié de Mathématiques. Ce document a fait l'objet d'une présentation et d'une analyse des motivations dans la Gazette à l'époque⁶.

2 – Un contexte plus varié qu'il n'y paraît

La science mathématique est ancienne, il semble naturel d'en déduire que ses fondements, et la manière de les enseigner, sont maintenant totalement stabilisés. On peut également penser qu'il s'agit d'une science globale, dont les concepts ont un ordre relativement naturel d'introduction, et donc la place dans les divers niveaux d'enseignement est naturellement trouvée.

Tout cela est vrai. Les notions abordées dans les études secondaires, puis dans le premier grade universitaire – Licence dans l'espace LMD ou Baccalauréat au Québec – sont pour l'essentiel des mathématiques connues depuis le milieu du XIX^{ème} siècle pour le lycée, puis la fin du XIX^{ème} et le début du XX^{ème} pour le début de l'université. Les statistiques, et quelques éléments d'algorithmique et d'analyse numérique plus récents, sont également présents à ces niveaux. Bien entendu, cela n'empêche en rien que la présentation de ces notions et/ou leur illustration par des exemples d'application ne se base sur des éléments bien plus actuels.

Il est important de noter que deux ensembles, ou deux « blocs », interviennent à ce niveau. Le lycée prend la suite de l'apprentissage du calcul et des premiers rudiments de mathématiques faits à l'école et au collège. La Licence précède la formation mathématique terminale des futurs mathématiciens professionnels, dans les trois grands champs de débouchés pour nos étudiants que sont les métiers de l'enseignement en collège et lycée, les métiers de l'industrie basés sur les applications des mathématiques, les métiers de la recherche : ces formations se placent maintenant à partir du niveau Master. Seul le Québec fait exception, avec l'étape transitoire très particulière qu'est le CEGEP⁷.

³ *La Licence scientifique dans l'espace francophone, essai de référentiel de connaissances et de compétences*, l'Harmattan, collection « Géopolitique mondiale », ouvrage collectif sous la direction d'Evelyne Garnier-Zarli.

⁴ Unité d'enseignement, unité de compte dans les systèmes de crédits capitalisables. A noter que dans certains pays, et notamment en France, existe également un système de compensation (souvent semestrielle, voire aussi annuelle) qui permet d'obtenir une UE sans y avoir eu la moyenne, grâce à une bonne moyenne générale.

⁵ Pour un socle de la licence de Mathématiques, http://smf.emath.fr/files/text_like_files/projetdesocledef5.pdf.

⁶ Jean-Pierre BOREL, *Pourquoi un socle de la Licence de Mathématiques*, Gazette des mathématiciens, Société Mathématique de France, avril 2008, n°116, p 65-72.

⁷ Collège d'enseignement générale et professionnel. Il s'agit d'un bloc de deux années de formation, qui correspond – à ce que disent les collègues québécois – aux deux années terminale de lycée + première année d'université. Cette période est à la fois une occasion de changement de méthodes d'enseignement et un moment d'orientation, souvent sélective.

Dans l'apprentissage d'une science qui est par essence progressive, et dont les concepts doivent être abordés progressivement et en plusieurs temps, voire répétés, pour être finalement assimilés pleinement, le contenu d'une licence ne peut donc s'abstraire de deux questions :

- quelle est la (voire quelquefois les) formation reçue par les étudiants entrant en licence de mathématiques ?
- quels sont les débouchés visés par ces mêmes étudiants, et donc leur futur mathématique dans leur formation suite au L, ainsi que dans l'exercice de ces métiers ?

Il est à noter qu'ici les réponses des différents pays sont variées.

a – Pour ce qui est de la formation avant l'université

S'il s'agit de la formation avant l'université en France, la terminale S est maintenant très différente de la terminale C qui existait il y a plusieurs dizaines d'années. C'est particulièrement vrai dans la formation mathématique, dont le volume horaire a beaucoup baissé hélas, et donc dans les notions abordées et le degré d'approfondissement proposé aux lycéens. Si certains aspects ont été maintenus au sein de la spécialité « mathématiques »⁸, peu d'étudiants de licence de mathématiques ont suivi cette spécialité, qui de plus n'est pas ouverte dans tous les lycées... Par contre, plusieurs pays francophones ont fait le choix de conserver, globalement, les contenus scientifiques classiques de la terminale C de l'époque. Aujourd'hui, le « niveau » en mathématiques à l'entrée de l'université est réellement très différent, entre des pays comme la France, le Maroc, le Québec, par exemple.

b – Pour ce qui est des débouchés

Toutes les formations de niveau L universitaires francophones forment une partie des futurs chercheurs et mathématiciens de l'industrie, au travers d'une poursuite d'études en M (master dans le LMD, maîtrise au Québec) où très souvent les spécialisations apparaissent, que cela soit en mathématiques fondamentales, mathématiques discrètes, mathématiques appliquées, statistique et mathématiques financières. Le L est donc vu comme le socle commun pour ces poursuites d'études, le Liban faisant exception puisqu'il y existe une licence spécifique de Statistique, à côté de celle de Mathématiques, et que du coup l'enseignement des statistiques en licence de Mathématiques est très diminué ou optionnel.

Par contre, les choix faits pour former les futurs enseignants de mathématiques sont très divers. La France a choisi de former ses futurs enseignants au travers d'une licence disciplinaire classique⁹, puis d'un master spécifique appelé MEEF¹⁰, où la place de la discipline est plus faible¹¹. C'est aussi le choix de la Belgique pour ses futurs enseignants de lycée. Par contre, les futurs enseignants de collège y sont formés dans une autre voie, plus centrée sur la dimension pédagogique de la formation, et ce dès le début de l'université. Il en est de même pour le Québec, mais cette fois pour tout l'enseignement secondaire. Au Togo, la formation via l'Ecole normale supérieure d'Atakpamé, donc hors université, concernait auparavant les seuls enseignants de

⁸ Rappelons qu'il existe en terminale S quatre spécialités : « Mathématiques », « Physique-Chimie », « Sciences de la Vie et de la Terre », et depuis la rentrée 2012 « Informatique et Sciences du Numérique ».

⁹ Il y a une trentaine d'année existait une licence spécifique adaptée pour préparer les futurs certifiés de mathématiques (traduire en termes actuels, une troisième année de L spécifique).

¹⁰ Master mention « Métiers de l'enseignement et de la formation », formation portée par les universités mais au sein d'écoles spécifiques, qui ont pris à la rentrée 2013 le relai des anciens IUFM.

¹¹ L'articulation entre cette préparation et l'acte de recrutement par l'Education nationale – le CAPES – reste un sujet fort d'interrogations.

collège. Mais depuis 2010 les futurs enseignants de lycée y sont également formés. Dans d'autres pays, le recrutement des enseignants de mathématiques en collège et lycée est beaucoup plus « libre », et les diplômes et titres requis pour devenir enseignant bien moins formalisés. Par exemple, tel pays indique que *toute personne ayant la nationalité du pays et titulaire du baccalauréat peut devenir vacataire*, puis que *tout vacataire ayant deux années d'ancienneté peut devenir professeur contractuel*.

Il est clair que ce choix n'est pas neutre vis à vis des contenus du L : l'apprentissage progressif des notions est à la base de la formation du mathématicien. Or se retrouvent ensemble en L, dans beaucoup de pays, des étudiants dont certains continueront à faire des mathématiques, alors que d'autres en feront moins, ou se focaliseront plus vers les notions de base enseignées en collège et lycée. Ces derniers peuvent alors se retrouver un peu au milieu du gué, s'il s'agit en L d'introduire les premières grandes théories abstraites que sont la théorie de la mesure, le calcul différentiel ou la topologie, théories sur lesquelles ils n'auront pas l'occasion d'arriver par la suite au recul nécessaire à une bonne mise en place des concepts.

A contrario, l'introduction dès la licence de ces diverses notions sera fructueuse pour les étudiants continuant leurs études dans un master de mathématiques, en leur donnant ainsi le temps de saisir l'ampleur et la profondeur de ces théories.

c – Pour ce qui est de l'orientation post-bac des étudiants

Enfin, les systèmes d'enseignement supérieur sont variables dans leur organisation générale. Le Québec a une place très particulière, liée à l'existence du CEGEP, articulation en deux années entre le secondaire et le supérieur, et également moment d'orientation plus ou moins dirigée. La France et un certain nombre de pays africains francophones connaissent le découpage voie universitaire / classes préparatoires puis écoles d'ingénieur. Du coup, dans plusieurs de ces pays, les meilleurs éléments du lycée ont tendance à s'orienter vers les voies sélectives, vues à tort ou à raison comme mieux encadrées et de nature à assurer de meilleurs débouchés. La licence de mathématiques s'adresse alors à des jeunes bacheliers scientifiques, mais ayant souvent obtenu leur bac sans mention. Il s'agit d'un public très différent de celui rencontré dans les pays organisant une sélection – quelquefois sévère – en entrée de la licence.

d – Pour ce qui est de l'organisation pédagogique des licences

Au delà des différences de culture entre le monde francophone et le monde anglo-saxon, qui explique la part relativement faible de l'enseignement « frontal » au Québec, et par contre la part importante qui y est donnée aux projets conduits seul ou en petit groupe, les mécanismes d'accès en licence et le profil des étudiants accueillis conduisent à des choix pédagogiques très différents. Il faut noter en particulier le choix fait en France d'une orientation dite « progressive » à l'entrée à l'université¹², conduisant à donner une large place à la réflexion de l'étudiant sur son projet personnel et professionnel, sur sa future discipline centrale. Cette orientation se traduit par des « portails d'entrée » en licence, troncs communs proposés à tous les étudiants, y compris ceux ayant déjà un projet professionnel affirmé. Sans compter que cela puisse être mal ressenti ou mal compris par les étudiants ayant ce profil, ce choix conduit à des troncs communs importants, certains très naturels avec l'informatique, ou la physique – quelquefois remplacée par l'économie

¹² L'arrêté du 4 février 2014, qui fixe le « cadre national des diplômes » en France, affirme très clairement ce principe dans son article 15.

comme dans la filière MASS – certains moins naturels ou efficaces. Il a pour conséquence une structure des volumes horaires qui fait peu apparaître une dominante mathématique lors des trois premiers semestres de formation. L'entrée dans une formation à forte dominante mathématique se fait donc soit dès après le lycée dans certains pays, soit au bout d'une demi licence dans d'autres.

3 – Où sont donc les fondamentaux ?

Le travail collectif a mis en évidence les différences et les points de convergence. Ils sont pour l'essentiel liés aux contextes rappelés ci-dessus, et ont fait l'objet de la présentation de synthèse pour les mathématiques faite à la fin du colloque CIRUISEF d'avril 2013, et qui sont détaillés ci-après.

Il reste cependant à bien convaincre chaque responsable de licence de mathématiques que ses choix de contenu doivent à la fois tenir compte des grandes tendances générales, et notamment de ce qui se fait dans son propre pays ainsi que dans les pays partenaires où ses étudiants pourront se retrouver plus tard, mais aussi d'une bonne connaissance de ses propres étudiants, de leur origine scolaire, des compétences et connaissances qu'ils ont réellement acquis dans l'enseignement secondaire¹³, et de leurs projets de poursuite d'études et professionnels.

a – Les constats de différences sur la licence et sa place dans l'ensemble des formations

Essentiellement deux approches existent, qui correspondent autant à des visions différentes qu'à des contextes différents, même si l'existence d'autres licences voisines (exemple de la licence de Statistiques au Liban) peut modifier une partie des contenus :

- ✚ une licence dont les six semestres sont tous très centrés sur les mathématiques ;
- ✚ une licence plus équilibrée entre disciplines dans sa première partie (orientation progressive, ouverture sur d'autres sciences) ;

avec des conséquences dans plusieurs directions :

- ✚ sur le volume horaire global de la formation ;
- ✚ sur la part et l'équilibre des mathématiques tout au long des six semestres de formation ;
- ✚ sur les contenus mathématiques traités ;
- ✚ sur l'existence et l'importance des dispositifs d'orientation progressive des étudiants ;
- ✚ sur l'ouverture sur les autres sciences.

Pour détailler plus, ces différences ont un impact quantitatif et un impact qualitatif, détaillés ci-après pour que chacun puisse se positionner.

Quantitativement : nous avons affirmé en 2008 le principe de la « double moitié » : *tout étudiant ayant le titre de licencié de mathématiques doit avoir obtenu au moins la moitié des crédits constitutifs de sa licence dans des UE de mathématiques, et ce pour un volume horaire au moins égal à la moitié du volume total*. Certains pensent que cette affirmation permet à tous de se retrouver et doit rester comme une condition minimale impérative. D'autres estiment au contraire que cette

¹³ Il s'agit d'un point particulièrement important en ce moment en France, avec les modifications importantes des programmes de lycée.

position est trop minimaliste : ils considèrent qu'une licence de mathématiques doit contenir entre 60 et 80% de volume en mathématiques.

Qualitativement, au travers des théories rencontrées : le temps mathématique est long, on ne peut par exemple raisonnablement pas introduire le même semestre les séries numériques et les séries de fonctions. Lorsque le volume horaire de mathématiques varie de 850 heures (50% du volume d'une licence en France) à 1 450 heures (80% du volume d'une licence au Liban), il n'est pas possible d'aborder le même ensemble de notions. On peut ainsi classer le contenu d'une licence en trois paquets :

- ✚ une partie commune de mathématiques « socle », où se retrouvent géométrie, analyse linéaire et bilinéaire, étude des fonctions d'une et plusieurs variables, suites et séries, arithmétique et structures de base, avec un peu de logique élémentaire et de langage ensembliste, et de retour sur \mathbb{R} et \mathbb{C} . Ce que l'on peut mettre comme éléments de programme sous ces intitulés de grands chapitres est par exemple détaillé dans le document déjà cité¹⁴. Cet ensemble est le vrai point commun aujourd'hui de nos licences ;
- ✚ une partie plus « moderne », mais non assurée partout ou proposée en option, avec probabilités et statistiques, analyse numérique, y compris avec l'usage d'un ou plusieurs logiciels de calcul numérique et/ou formel. Il me semble clair que cet ensemble doit rejoindre le précédent et entrer dans les incontournables d'une licence de mathématiques du XXI^{ème} siècle. C'est encore loin d'être fait, même si un accord existe pour dire que cela est souhaitable. Mais dégager les espaces pour inclure cette partie dans nos diplômes semble quelquefois difficile...
- ✚ une partie plus « avancée », où se trouve une introduction à des théories plus élaborées, comme théorie de la mesure, calcul différentiel, topologie, etc. Cela n'est pas assuré partout, parfois pour des raisons de volume global comme dit précédemment, parfois par choix pédagogique. Il est important que là où ces notions sont introduites dès la licence, cela soit fait de manière raisonnable et avec un niveau d'exigence adapté. Une trop grande différence entre le sujet d'examen posé à la fin et le programme théorique de l'UE est un très bon indicateur d'un dérapage à corriger. Si l'introduction en fin de licence de théories plus avancées peut être souhaitable, voire obligatoire pour un étudiant souhaitant continuer ses études en master de mathématiques, il reste important que cela ne conduise pas l'étudiant à une marche forcée, lorsque le volume horaire global est modeste, et que cela soit pensé de manière particulière pour un étudiant n'ayant pas pour projet de continuer en master de mathématiques, lieu naturel où ces théories pourront être approfondies.

b – Les affirmations partagées sur les grandes compétences transversales des licenciés de mathématiques

Il y a ici une large convergence : début d'autonomie dans le travail universitaire, acquisition de méthodes, capacité d'analyse et de synthèse, maîtrise de l'expression écrite et orale en français et en anglais, font parties des compétences unanimement admises, et dont le travail réalisé, notamment au travers des contrôles de connaissance, permettent d'attester de la réalité.

¹⁴ http://smf.emath.fr/files/text_like_files/projetdesocledef5.pdf

Au delà de ces compétences dont on peut penser qu'elles sont présentes dans toutes les licences, le licencié de mathématiques a pu faire preuve d'un niveau d'abstraction plus important, d'une capacité à organiser ses idées et son raisonnement, mais aussi de compétences plus particulières, liée aux objets qu'il a rencontré. Une certaine familiarité avec le concept de matrice va être d'une aide précieuse pour un usage avancé d'un logiciel comme Excel, par exemple...

Par contre, les compétences dites « pré-professionnelles » font l'objet d'une attention plus variable, que cela soit en terme de savoirs (connaissance du contexte professionnel par exemple), de savoir-être ou de savoir-faire. La situation de pénurie d'enseignants de mathématiques dans le secondaire, connue par plusieurs pays, peut par exemple conduire à considérer comme naturel qu'un étudiant de licence de mathématiques, même collé, puisse trouver un travail dans ce contexte. Le préparer deviendrait alors inutile ! Il faut donc rester sérieux et vigilants sur ces aspects, et proposer les enseignements d'ouverture et les modalités de travail, par exemple en groupe, permettant de développer ces types de compétences. Par contre, en l'état de la réflexion du groupe, il semble difficile d'en attester l'acquisition de manière directe. Cela reste une question à creuser.

c – Les affirmations partagées sur les grandes compétences des licenciés de mathématiques

Il est important que les diplômés en mathématiques de l'enseignement supérieur puissent connaître les mathématiques plus récentes, et leurs usages principaux dans la société. En particulier, tout étudiant titulaire de la licence doit, au delà des connaissances de mathématiques classiques à ce niveau :

- ✚ avoir une formation de base en statistique ;
- ✚ avoir une formation de base en analyse numérique ;
- ✚ avoir une formation scientifique en informatique ;
- ✚ maîtriser au moins un logiciel de calcul formel et un logiciel de calcul numérique.

Il s'agit là d'une évolution importante par rapport à ce que nous connaissions il y a trente ou quarante ans. Cette évolution n'est pas faite partout ni dans tous les pays. Il est important de s'y atteler. Si les mathématiques peuvent s'élargir au niveau master dans plusieurs filières différentes, avec notamment tout ce qui du champ des mathématiques appliquées ou des statistiques, la licence de mathématique doit rester un lieu de construction d'un socle commun et qui n'ignore aucun de ces champs.

La formation en licence doit permettre à l'étudiant d'améliorer sa perception de la démarche mathématique, insistant en particulier sur¹⁵ :

- ✚ la mise en place des « objets mathématiques », l'introduction d'une notion étant justifiée par des exemples, des motivations liées à son utilisation, etc., avant même l'énoncé de la définition et la présentation des théorèmes ;
- ✚ le rôle central de la démonstration, même si tout démontrer n'est pas un objectif en soi ;
- ✚ l'organisation du raisonnement, ce qui suppose une certaine familiarisation avec les outils de la logique ;

¹⁵ Cette liste, qui est issue du socle proposé par les trois sociétés savantes françaises, a fait l'objet d'un accord global au sein du groupe.

- ✚ la compréhension des structures (en particulier à l'occasion des cours d'algèbre) ;
- ✚ la mise en œuvre informatique des calculs formels, numériques, statistiques, quand le sujet s'y prête ;

en visant les grandes compétences mathématiques suivantes¹⁶ :

- ✚ une bonne appropriation de \mathbb{R} , \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 du point de vue algébrique, analytique et géométrique ;
- ✚ la résolution d'équations (linéaires, algébriques, différentielles) ;
- ✚ la notion d'approximation (dans divers cadres) ;
- ✚ l'étude de l'aléatoire (probabilités et statistiques) et du traitement de données.

Ces considérations peuvent paraître minimalistes à certains. Il n'empêche que les mathématiques sont bâties sur le raisonnement et la rigueur, et non sur le survol rapide et une pseudo compréhension. Que nos étudiants de licence aient vu un peu moins de notions, mais qu'ils aient compris en profondeur celles qu'ils ont rencontrées, est certainement le meilleur service à leur rendre, à la fois pour leur futur – qu'il soit ou non de mathématicien – et pour leur faire aimer les mathématiques.

Il reste cependant le fait que les contextes d'une part, les choix d'orientation et des grands métiers visés par la licence de mathématiques d'autre part, sont différents suivant les pays. La définition d'un « socle » unique devient alors chose délicate, à la fois pour ce qui est du concept lui même – entendons-nous la même chose par ce mot « socle » ? – que du contenu à lui donner.

J'ai essayé de donner ici à la fois l'ensemble des éléments de problématique et de contexte, tels qu'ils sont apparus au groupe de travail initié par la CIRUISEF, et une première analyse des contenus sur lesquels les échanges ont porté, ce qui peut être utile pour affiner la réflexion. Beaucoup de travail reste à faire. Il est important que l'ensemble des universitaires français, notamment les responsables des licences de mathématiques, puissent prendre leur place dans une discussion qui ne fait que commencer.

¹⁶ Idem