

# TD n° 3 de Macroéconomie

## Le modèle de Domar et l'aide au développement

Licence AES AGE,AGT,CAI, semestre 5

*Faculté de Droit et des Sciences Économiques de Limoges*

### Exercice 1 :

Nous raisonnons dans le cadre du modèle de Domar dont les principales hypothèses sont :

$$\text{Fonction de production : } Y_t = \frac{K_t}{v}$$

$$\text{Fonction de consommation : } C_t = cY_t$$

$$\text{Égalité Emplois-ressources : } Y_t = C_t + I_t$$

$$\text{Accumulation du capital productif : } DK_t = I_t - \delta K_t$$

**Question 1 :** Déterminez la fonction d'épargne, en déduire la fonction d'accumulation du capital et extraire le taux de croissance du stock de capital.

On suppose deux économies  $A$  et  $B$  dont les paramètres et les PIB initiaux sont les suivants :

$$\text{Économie } A : v^A = 2,5 \quad s^A = 0,2 \quad \delta = 6\% \quad PIB_0^A = 20000\$$$

$$\text{Économie } B : v^B = 3 \quad s^B = 0,18 \quad \delta = 6\% \quad PIB_0^B = 1000\$$$

### Questions 2 :

- Calculez le taux de croissance des économies  $A$  et  $B$ .
- Comment évolue le ratio des PIB ?
- Au bout de combien de temps l'économie  $A$  sera 40 fois plus riche que l'économie  $B$  ?

**Questions 3 :** On décide d'aider l'économie  $B$  dès la date 0.

- On aimerait que son taux de croissance soit de 2%. Quel doit être le montant de l'aide (en pourcentage du PIB du pays  $B$ ) pour atteindre ce taux de croissance cible en supposant que toute l'aide contribue à augmenter l'investissement ?
- Que pensez vous de l'évolution du ratio des PIB après la mise en place de cette aide ?

**Questions 4 :** Les organismes internationaux décident d'intervenir de façon radicale en maintenant l'aide de façon à ce que dans 35 ans (exactement) le pays  $B$  ait le même niveau de production que le pays  $A$  dans 35 ans. On le notera  $\tilde{\gamma}_B$ .

- déterminez le taux de croissance permettant l'égalisation des niveaux de production dans 35 ans.
- déterminez l'aide en pourcentage du PIB du pays  $B$ .

**Questions 5 :** Pour des raisons de politiques internationales on ne mène pas la politique de la question 4. Mais on décide de le faire 10 ans après avec l'espoir qu'au bout de 35 ans (soit à la date 45) le pays  $B$  aura le même niveau de production que le pays  $A$ .

- Déterminez le taux de croissance permettant l'égalisation des niveaux de production en 35 ans. On le notera  $\hat{\gamma}_B$ .
- Déterminez l'aide en pourcentage du PIB du pays  $B$ .
- Qu'en concluez vous par rapport aux résultats de la question 4 ?

## Correction

**Question 1 :** On veut déterminer la fonction d'épargne.

- De façon générale, l'épargne est la part non consommée du revenu :

$$S_t = Y_t - C_t = Y_t - cY_t = (1 - c)Y_t$$

où  $1 - c = s$  et où  $s$  est le taux d'épargne macroéconomique.

- L'accumulation du capital est égal à l'investissement brut  $I_t$  net de la dépréciation du capital  $\delta K_t$ . On peut donc écrire :

$$DK_t = sY_t - \delta K_t = s \frac{K_t}{v} - \delta K_t$$

Il vient :

$$\frac{DK_t}{K_t} = \frac{s}{v} - \delta$$

**Question 2 :**

- Taux de croissance de l'économie  $A$  :  $\gamma^A = \frac{s^A}{v^A} - \delta^A = \frac{0,2}{2,5} - 0,06 = 2\%$
- Taux de croissance de l'économie  $B$  :  $\gamma^B = \frac{s^B}{v^B} - \delta^B = \frac{0,18}{3} - 0,06 = 0\%$

**Évolution du ratio des PIB :**

- A la date 0 :

$$\frac{PIB_0^A}{PIB_0^B} = \frac{20000\$}{1000\$} = 20$$

Le pays  $A$  est donc 20 fois plus riche que le pays  $B$ .

- A la date  $t$  :

$$\frac{PIB_t^A}{PIB_t^B} = \frac{PIB_0^A(1 + \gamma^A)^t}{PIB_0^B(1 + \gamma^B)^t}$$

Comme le taux de croissance de l'économie  $B$  est nul, on en déduit que l'évolution du ratio des PIB est :

$$\frac{PIB_t^A}{PIB_t^B} = \frac{PIB_0^A}{PIB_0^B} (1 + \gamma^A)^t$$

- On en déduit que l'économie  $A$  sera 40 fois plus riche que l'économie  $B$  lorsque :

$$40 = 20(1 + \gamma^A)^t$$

On peut donc extraire  $t$  :

$$\ln(40/20) = t \ln(1 + \gamma^A)$$

$$t = \frac{\ln(40/20)}{\ln(1 + \gamma^A)} = 35\text{ans}$$

**Remarque :** Ce résultat était prévisible avec la "règle de Lucas". Passer d'un ratio de 20 à 40 revient à le doubler. Si ce ratio évolue à un taux de  $x\%$  une bonne approximation pour connaître le temps de doublement est  $t \approx 70/x\%$ .

**Question 3 :** On veut que le pays  $B$  ait un taux de croissance cible  $\gamma^{B*} = 2\%$ . Dans le cours nous avons vu (et il est bien facile de le redémontrer) que :

$$\frac{Aide_t}{PIB_t^B} = v^B(\gamma^{B*} - \gamma)$$

Soit :

$$\frac{Aide_t}{PIB_t^B} = 3(0,02 - 0) = 6\%$$

**Remarque :** Si on considère un PIB initial de 1000 il faut donc apporter une aide de 6% du PIB soit 60\$. Dans ce cas l'année suivante le  $PIB_1^A$  aura augmenté de 2% soit  $PIB_1^A = 1020\$$ . On remarque que l'aide doit nécessairement augmenter pour maintenir le taux de croissance à 2%. En effet, l'aide doit être de 6% du PIB soit à la date 1 une aide de 61,2\$.

Après la mise en place de l'aide, on sait que les économies  $A$  et  $B$  vont croître au même rythme de 2%. Ainsi le ratio des PIB évolue de la façon suivante :

$$\frac{PIB_t^A}{PIB_t^B} = \frac{PIB_0^A(1 + \gamma^A)^t}{PIB_0^B(1 + \gamma^{B*})^t}$$

En simplifiant on constate que le ratio des PIB ne change pas et que l'économie  $A$  est toujours (et sera toujours) 20 fois plus riche que l'économie  $B$ .

$$\frac{PIB_t^A}{PIB_t^B} = \frac{PIB_0^A}{PIB_0^B} = 20$$

Donc au bout de 35 ans l'économie  $A$  sera toujours 20 fois plus riche que l'économie  $B$ .

**Question 4 :** Quel doit être le montant de l'aide pour que dans 35 ans l'économie  $B$  ait le même PIB que l'économie  $A$  à la même date ?

L'économie  $A$  aura à la date  $t = 35$  le PIB suivant :

$$PIB_{35}^A = PIB_0^A(1 + \gamma^A)^{35}$$

L'économie  $B$  aura à la date  $t = 35$  un PIB qui est conditionné à l'aide.

$$PIB_{35}^B = PIB_0^B(1 + \tilde{\gamma}_B)^{35}$$

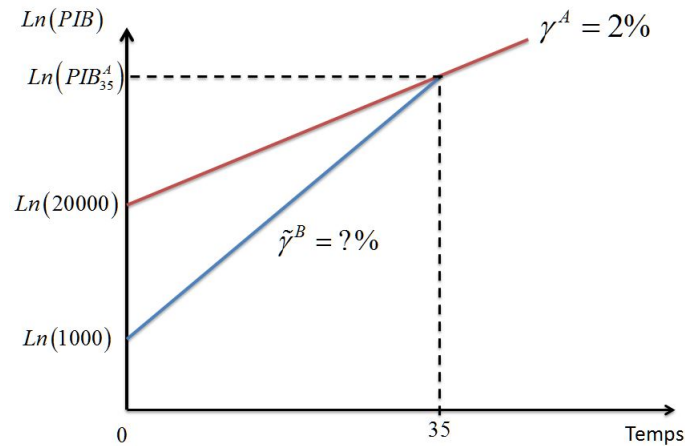


FIGURE 1 – Problème posé à la question 4

Pour que ces PIB soient égaux il faut que :

$$PIB_0^A(1 + \gamma^A)^{35} = PIB_0^B(1 + \tilde{\gamma}_B)^{35}$$

On cherche le taux de croissance cible :

$$\tilde{\gamma}_B = \left( \frac{PIB_0^A}{PIB_0^B} \right)^{\frac{1}{35}} (1 + \gamma^A) - 1$$

$$\tilde{\gamma}_B = 20^{\frac{1}{35}}(1,02) - 1 \approx 11,11\%$$

Maintenant que nous avons le taux de croissance qui est nécessaire pour égaliser les niveaux de vie dans 35 ans on peut en déduire le ratio Aide/PIB.

$$\frac{Aide_t}{PIB_t^B} = 3(11,11 - 0) \approx 33\%$$

Il faut donc apporter pendant 35 ans une aide de 33% du PIB du pays B pour qu'il puisse avoir le même niveau de vie que le pays A.

### Question 5 :

Sans politique d'aide, au bout de 10 ans, l'économie A a un PIB de :

$$PIB_{10}^A = PIB_0^A(1 + \gamma^A)^{10} = 20000(1,02)^{10} = 24379\$$$

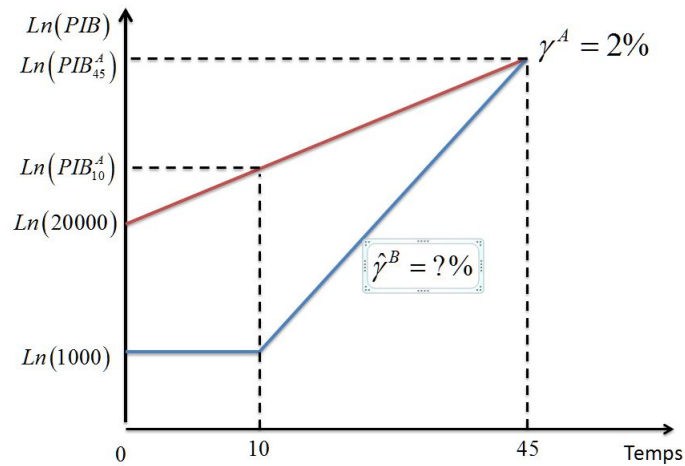


FIGURE 2 – Problème posé à la question 5

Sans politique d'aide, l'économie B n'a pas vu son PIB varier.

$$PIB_{10}^B = 1000$$

Le taux de croissance cible est déterminé de la même manière qu'à la question précédente :

$$\hat{\gamma}_B = \left( \frac{PIB_{10}^A}{PIB_{10}^B} \right)^{\frac{1}{35}} (1 + \gamma^A) - 1$$

soit :

$$\hat{\gamma}_B = 24,379^{\frac{1}{35}}(1,02) - 1 \approx 11,74\%$$

Maintenant que nous avons le taux de croissance qui est nécessaire pour égaliser les niveaux de vie à la date 45 on peut en déduire le ratio Aide/PIB.

$$\frac{Aide_t}{PIB_t^B} = 3(11,74 - 0) \approx 35\%$$

On peut conclure avec le résultat suivant : plus on attend pour aider les pays pauvres plus cela coutera cher. C'est parce que l'écart se creuse et donc il faut nécessairement une aide plus importante pour réduire un plus grand écart.