

TD n° 6 de Macroéconomie  
Ressources fixes ou épuisables :  
Constituent-elles une limite à la croissance ?  
Et si les écologistes avaient raison ?

Licence AES AGE,AGT,CAI, semestre 5  
*Faculté de Droit et des Sciences Économiques de Limoges*

Les écologistes objectent souvent que la croissance ne peut être durable. On connaît tous la phrase, ” *il ne peut pas y avoir de croissance infinie dans un monde fini*”. Une autre phrase assassine (pour les économistes) dit également ” *pour croire qu’il peut exister une croissance infinie dans un monde fini il faut être fou ou économiste !*”.

Dans le modèle de Solow simple, nous utilisons deux facteurs de productions i) le capital, que l’on pouvait accumuler en renonçant à de la consommation et ii) le travail qui s’accumulait grâce à la croissance de la population. L’idée était simple, on peut produire plus en ayant plus des deux inputs. Cependant, nous avons négligé deux choses. D’une part pour nourrir la population on a besoin de terres (facteur de production non accumulable)et d’autre part une grande partie de notre production se fait en utilisant des ressources épuisables telles que le pétrole le cuivre, l’acier etc. . .

Ce TD consiste à étudier les conséquences dans le modèle de Solow de l’introduction d’un facteur non accumulable tel que la terre et d’un facteur de production épuisable tel que le pétrole.

## Exercice 1 : Introduction d'un facteur non accumule

### Le cadre d'analyse

On suppose une fonction de production Cobb-Douglas est de la forme :

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^\beta T^\phi \quad \text{avec} \quad \alpha + \beta + \phi = 1$$

On remarque plusieurs choses :

- On introduit du progrès technique  $A_t$  neutre au sens de Harrod (c'est à dire qui porte sur le travail en augmentant son efficacité).
- On introduit un facteur de production nouveau : la terre notée  $T$ . On remarque que ce facteur n'est pas indicé du temps  $t$  afin de montrer que c'est un facteur fixe que l'on ne peut pas accumuler.
- Enfin la somme des exposants est égale à 1, ce qui assure dans une Cobb-Douglas que les rendements à l'échelle sont constants.

**Question 1 :** Écrire la fonction de production par tête.

**Question 2 :** En posant que le taux de croissance du progrès technique est  $DA_t/A_t = x$ , que le taux de croissance de la population est  $DL_t/L_t = n$ , et que le taux de croissance de la terre est nul  $DT/T = 0$ , montrez que le taux de croissance de la production par tête est :

$$\frac{Dy_t}{y_t} = \alpha \frac{DK_t}{K_t} + \beta x - (\alpha + \phi)n$$

*Indication, il faut prendre le  $\ln$  de la fonction de production et dériver par rapport au temps.*

**Question 3 :** On sait que l'accumulation du stock de capital est :

$$DK_t = sY_t - \delta K_t$$

En déduire le taux de croissance du stock de capital puis déduire qu'à l'état stationnaire :

$$\frac{DK_t}{K_t} = \frac{DY_t}{Y_t}$$

Expliquez pourquoi :

$$\frac{DY_t}{Y_t} = \frac{Dy_t}{y_t} + n$$

**Question 4 :** En utilisant les résultats de la question 3 et de la question 2 montrez que le taux de croissance de la production par tête est :

$$\frac{Dy_t}{y_t} = \frac{\beta x - n\phi}{1 - \alpha} = \frac{\beta x - n\phi}{\beta + \phi}$$

**Question 5 :** A quelle condition a-t-on une croissance durable de la production par tête ?

**Question 6 :** Empiriquement on devrait avoir  $n = 0,01, \alpha = 0,25, \beta = 0,6$  et  $\phi = 0,15$ . Dit autrement, la rémunération du capital représente 25% de la production, la rémunération du travail 60% et la rémunération de la terre (appelée rente foncière) 15%. Quelle doit être la croissance du progrès technique qui assure une croissance durable ?

## Exercice 2 : Introduction d'un facteur épuisable

### Le cadre d'analyse

Cette fois l'exercice est plus périlleux. En effet, la présence d'une ressource épuisable nécessite de faire une hypothèse sur le prélèvement de cette ressource rare. On suppose que l'on dispose à la date 0 d'un stock  $R_0$ . A chaque période  $t$ , on prélève un montant  $E_t$ . La dynamique de la ressource épuisable est :

$$DR_t = -E_t$$

De plus, suppose que c'est une part constante du stock restant :

$$E_t = s^E R_t$$

La dynamique de la ressource épuisable est donc :

$$DR_t = -s^E R_t \quad \text{et on en déduit que} \quad \frac{DR_t}{R_t} = -s^E$$

Par ailleurs, la fonction de production est :

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^\beta E_t^\epsilon = K_t^\alpha (A_t L_t)^\beta (s^E R_t)^\epsilon \quad \text{avec} \quad \alpha + \beta + \epsilon = 1$$

**Question 1 :** Écrire la fonction de production par tête.

**Question 2 :** En posant que le taux de croissance du progrès technique est  $DA_t/A_t = x$ , que le taux de croissance de la population est  $DL_t/L_t = n$ , et sachant que  $DR_t/R_t = -s^E$ , montrez que le taux de croissance de la production par tête est :

$$\frac{Dy_t}{y_t} = \alpha \frac{DK_t}{K_t} + \beta x - \epsilon s^E - (\alpha + \epsilon)n$$

*Indication, il faut prendre le ln de la fonction de production et dériver par rapport au temps.*

**Question 3 :** On sait que l'accumulation du stock de capital est :

$$DK_t = sY_t - \delta K_t$$

En déduire le taux de croissance du stock de capital puis déduire qu'à l'état stationnaire :

$$\frac{DK_t}{K_t} = \frac{DY_t}{Y_t}$$

Expliquez pourquoi :

$$\frac{DY_t}{Y_t} = \frac{Dy_t}{y_t} + n$$

**Question 4 :** En utilisant les résultats de la question 3 et de la question 2 montrez que le taux de croissance de la production par tête est :

$$\frac{Dy_t}{y_t} = \frac{\beta x - \epsilon(s^E + n)}{1 - \alpha} = \frac{\beta x - \epsilon(s^E + n)}{\beta + \epsilon}$$

**Question 5 :** A quelle condition a-t-on une croissance durable de la production par tête ?

**Question 6 : Le raisonnement des écologistes est le suivant :**

On estime les réserves prouvées en 2015 à 1492 milliards de Barils (mais il faudrait ajouter les réserves probables). La consommation mondiale est actuellement de 95

millions de barils par jours donc  $95 \times 365 = 34675$  millions de barils par ans. En divisant 1492000 millions de barils par 34675 (consommation annuelle) on trouve 43 ans !

**Le raisonnement des économistes :**

Le prélèvement actuel représente 2,3% du stock disponible. On peut donc empiriquement poser  $s^E = 0,023$ . Par ailleurs, empiriquement on devrait avoir  $\alpha = 0,3$ ,  $\beta = 0,6$  et  $\epsilon = 0,1$ . Calculez le taux de croissance du progrès technique nécessaire à un croissance durable.

**Remarque :** On peut reformuler la critique des écologistes de la façon suivante : Peut-on maintenir un taux de croissance du progrès technique à un niveau suffisamment élevé pour continuer à connaître une croissance infinie.