

Le modèle de Domar

AES L3 AGE, AGT, CAI

2017-2018

1- Introduction

C'est l'investissement qui est à l'origine de la croissance économique. En effet, tout investissement augmente :

- ▶ **la production** : Si un entrepreneur cherche à investir, c'est pour développer de nouveaux produits ou pour pouvoir produire plus de biens (c'est l'effet de capacité)
- ▶ **Le revenu** : Tout investissement additionnel fait travailler des ingénieurs, des ouvriers. Il est clair que l'investissement crée des revenus supplémentaires dans l'économie. Sur le plan macroéconomique les agents deviennent plus riches (c'est l'effet de revenu)

2- les hypothèses du modèle

On suppose que nous nous trouvons dans une économie capitaliste fermée et sans État.

Techniquement les importations (M), les exportations (X), les dépenses publiques (G) et les impôts (T) sont égaux à 0. Cette économie ne produit qu'un seul type de bien dont le prix est unitaire. Ce bien peut être consommé ou investi.

Hypothèse #1 : Le côté offre. La fonction de production

La fonction de production du bien ne prend en compte qu'un seul facteur de production : le capital (noté K). Les quantités produites et donc offertes Q_t^o à l'économie sont déterminées par la fonction $f(K_t)$ qui prend la forme fonctionnelle suivante :

$$Q_t^o = f(K_t) = \frac{K_t}{v} \quad (1)$$

Où v est le coefficient de capital qui indique combien il faut de capital pour produire une unité de bien à chaque période ($v = K_t/Q_t^o$).

Remarques sur la fonction :

- ▶ Il peut sembler curieux que Domar ne prenne pas en considération le facteur travail qui est bien évidemment très important. La raison est que, suite à la crise de 29, les keynésiens pensaient que de façon générale que les économies ne manqueraient pas de travail (de main d'œuvre) et que l'existence de chômage était bien la preuve que c'est le manque de capital qui limitait la production.
- ▶ Puisque nous avons posé l'hypothèse d'une économie fermée sans État et que le prix du bien produit est unitaire on a donc la valeur de la production Q_t^o qui est égale au revenu de l'économie Y_t^o qui représente le PIB_t .

$$Q_t^o = Y_t^o = PIB_t$$

Hypothèse #2 :Le côté demande

La demande qui s'adresse à l'économie Y^d est la demande de biens et services de consommation notée C_t plus la demande de biens et services d'investissement notée I_t :

$$Y_t^d = C_t + I_t \quad (2)$$

Hypothèse #3 : La fonction de consommation

Nous supposons que la fonction de consommation C_t est une fonction keynésienne de long terme du type :

$$C_t = cY_t^o \quad (3)$$

Où c représente la propension à consommer. Par exemple si $c = 0,8$ cela veut dire que les agents consomment 80% de leur revenu.

L'épargne des agents (notée S_t) est la part du revenu qui n'est pas consommé donc une part $1 - c$ (dans notre exemple 20%).

On a donc :

$$S_t = (1 - c)Y_t^o$$

En notant s le taux Le taux d'épargne macroéconomique on écrit la fonction d'épargne :

$$S_t = (1 - c)Y_t^o = sY_t^o \quad (4)$$

Hypothèse #4 : la fonction d'investissement

En temps continu, nous écrivons :

$$DK_t = I_t - \delta K_t \quad (5)$$

Où

DK_t est l'investissement net réalisé en $t + \epsilon$, c'est une variation dans le temps donc une dérivée.

I_t l'investissement brut à la date t ,

δK_t la dépréciation du capital existant à la date t

On remarque que les investissements nets et bruts sont des variables de flux. Alors que le capital est une variable de stock.

Remarques sur la fonction d'investissement

L'investissement brut I_t représente l'ensemble des achats de biens de production à la date t .

La dépréciation δK_t correspond à la perte de valeur annuelle de capital fixe (usure). On suppose (et c'est une bonne hypothèse) que le stock de machine à remplacer à chaque période est une part constante δ du stock de capital possédé à cette même date.

L'investissement net DK_t représente l'investissement brut I_t moins la dépréciation du capital δK_t (les gestionnaires parlent d'amortissement).

C'est donc l'investissement net qui représente la variation du stock de capital disponible pour produire.

Mise en évidence des effets de capacité et de revenu 1/2

A l'aide des hypothèses précédentes, nous allons mettre en évidence l'effet capacité et l'effet de revenu d'un investissement additionnel.

L'effet de capacité : C'est hypothèse #2 qui va nous permettre de quantifier l'effet de l'investissement net sur l'augmentation des capacités de production (côté offre).

$$\frac{\partial Y_t^o}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{\partial K_t}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad DY_t^o = \frac{1}{v} DK_t \quad (6)$$

L'interprétation est simple, si la variation du stock de capital est de 100 ($DK_t = 100$) alors l'offre augmentera de $DY_t^o = \frac{100}{v}$.

Mise en évidence des effets de capacité et de revenu 2/2

L'effet de revenu : Nous allons utiliser les hypothèses #1 et #3. Pour quantifier l'effet de revenu, il suffit de résoudre le système :

$$\begin{cases} Y_t^d = C_t + I_t & \text{Égalité Emplois-Ressources} \\ C_t = cY_t & \text{Fonction de consommation} \end{cases}$$

En remplaçant l'expression de la consommation dans l'égalité emplois-ressources, puis en résolvant en Y_t :

$$Y_t^d = \frac{I_t}{1 - c} = \frac{I_t}{s}$$

La variation du revenu DY_t est donc :

$$DY_t = \frac{DI_t}{s} \tag{7}$$

3- Résolution du modèle

Comme par hypothèse on se trouve en économie fermée et sans État l'investissement I_t est strictement égal à l'épargne S_t , c'est la condition d'équilibre du marché du capital.

$$I_t = S_t$$

En remplaçant dans l'équation (5) on obtient l'équation dynamique d'accumulation du capital :

$$DK_t = s \frac{K_t}{v} - \delta K_t \quad (8)$$

En divisant de part et d'autre par K_t , on obtient le taux de croissance du capital :

$$\gamma_K = \frac{DK_t}{K_t} = \frac{s}{v} - \delta \quad (9)$$

Interprétation

Le stock global de capital doit croître au taux $s/v - \delta$ pour permettre l'égalisation de l'effet de capacité et de l'effet de revenu d'un investissement additionnel.

Pour vérifier que l'effet de capacité est bien égal à l'effet de revenu il suffit d'écrire l'équation précédente de la façon suivante :

$$\frac{I_t - \delta K_t}{K_t} = \frac{s}{v} - \delta \Leftrightarrow I_t - \delta K_t = \frac{s}{v} K_t - \delta K_t \Leftrightarrow I_t = \frac{s}{v} K_t \Rightarrow \frac{I_t}{s} = \frac{K_t}{v}$$

En dérivant par rapport au temps on retrouve bien :

$$\frac{\frac{DI_t}{s}}{\text{Effet de revenu}} \equiv \frac{\frac{DK_t}{v}}{\text{Effet de capacité}}$$

Détermination du taux de croissance des variables du modèle

Nous connaissons le taux de croissance du capital γ_K mais on voudrait connaître le taux de croissance du *PIB*, de la consommation C , de l'épargne S et donc de l'investissement I . De la fonction du production $Y_t = K_t/v$ on peut écrire en prenant le logarithme :

$$\ln(Y_t) = \ln(K_t) - \ln(v)$$

En dérivant par rapport au temps on obtient :

$$\frac{DY_t}{Y_t} = \frac{DK_t}{K_t}$$

En appliquant le même principe pour la consommation et pour l'épargne on déduit facilement que toutes les variables croissent au même taux :

$$\gamma = \gamma_Y = \gamma_C = \gamma_I = \gamma_S = \gamma_K = \frac{s}{v} - \delta \quad (10)$$

Interprétation du modèle

Si le taux d'épargne (exogène) de l'économie est faible, alors le taux d'investissement sera faible et donc le taux de croissance de l'économie sera faible.

Ainsi on obtient un premier résultat selon lequel si un pays ne connaît pas de croissance c'est parce les agents n'épargnent pas assez.

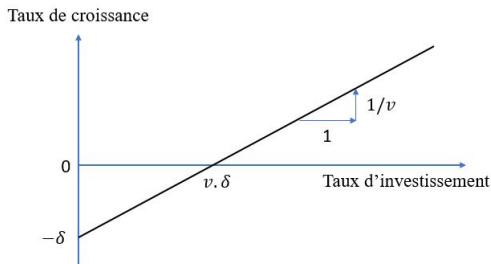


FIGURE – Lien théorique investissement-croissance

Vérification du résultat de Domar

L'épargne apparaît comme une "vertu" qui permet de croître plus vite donc de consommer plus dans le futur.

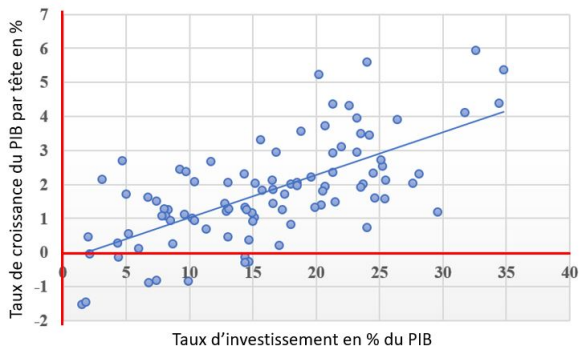


FIGURE – Relation investissement-croissance 1960-97, (source Jones)

4- Pourquoi le taux d'investissement varie d'une société à l'autre ?

On est tenté de rentrer dans des considérations culturelles, religieuses (rôle du protestantisme) ou autre qui n'appartiennent pas au champ de l'économie.

Cependant, on peut apporter deux explications économiques au faible taux d'investissement de certain pays.

- ▶ La première concerne la difficulté à épargner lorsqu'on est pauvre.
- ▶ La seconde concerne le développement du système financier qui affecte plus ou moins bien l'épargne à l'investissement.

Les pauvres épargnent moins donc investissent moins

Pour mettre en avant cette caractéristique, il est possible d'introduire un seuil de consommation incompressible que l'on note \bar{C} .

L'épargne n'est possible que sur la part du revenu qui excède ce seuil de consommation incompressible. ainsi le taux d'épargne reste le même pour toutes les sociétés, mais le montant de l'épargne diffère.

$$S_t = s(Y_t - \bar{C}) \quad (11)$$

résolution du modèle

En remplaçant cette nouvelle définition de l'épargne dans la fonction d'accumulation du capital (5), on obtient :

$$DK_t = s(s(Y_t - \bar{c}) - \delta K_t) = s \left(\frac{K_t}{v} - \bar{C} \right) - \delta K_t$$

En divisant par K_t et en utilisant le fait que $K_t = vY_t$ on obtient :

$$\gamma = \frac{DK_t}{K_t} = \frac{s}{v} - \delta - \frac{s}{v} \frac{\bar{C}}{Y_t} \quad (12)$$

Où \bar{C}/Y_t représente la part de la consommation incompressible dans le revenu. Plus cette part est importante plus le taux de croissance de l'économie est faible.

Le rôle du système financier

L'épargne ne se transforme pas toujours en investissement (vous pouvez mettre votre épargne sous votre matelas!).

Un système financier est d'autant plus efficace qu'il permet de collecter correctement l'épargne et d'allouer cette épargne à de l'investissement.

On va introduire un paramètre supplémentaire ϕ qui varie entre 0 et 1 et qui donne une mesure l'efficacité du système financier. Plus ϕ est proche de 1 (respectivement 0) plus le système financier est efficace (respectivement pas du tout efficace). Ainsi, on peut écrire :

$$I_t = \phi S_t \quad (13)$$

Résolution du modèle

En conservant la fonction d'épargne (4) puis en remplaçant dans la fonction d'accumulation du capital et en arrangeant on obtient :

$$\gamma = \frac{DK_t}{K_t} = \phi \frac{s}{v} - \delta \quad (14)$$

On observe que l'efficacité du système financier joue un rôle important dans la détermination du taux de croissance de l'économie.

5- Utilisation du modèle de Domar par les institutions internationales

Le taux de croissance de l'économie dépend du taux d'investissement. En effet, puisque $S_t = I_t$ on peut écrire :

$$\gamma = \frac{S_t}{Y_t} - \delta = \frac{I_t}{Y_t} - \delta$$

Une aide à l'investissement (notée A_t) devrait mécaniquement augmenter le taux de croissance.

En posant $I_t = S_t + A_t$, on obtient un nouveau taux de croissance γ^* :

$$\gamma^* = \frac{S_t + A_t}{Y_t} - \delta \quad (15)$$

Détermination du montant de l'aide

Supposons que les institutions internationales désirent que le pays connaisse une croissance "cible" γ^* , il est facile de déterminer l'aide nécessaire :

$$A_t^* = v(\gamma^* - \delta)Y_t - S_t$$

Soit en pourcentage du *PIB* ($a_t = A_t/PIB_t$) :

$$a_t^* = \frac{A_t^*}{Y_t} = v(\gamma^* - \delta) - s$$

En tenant compte de l'expression de s en fonction de γ , v et δ on montre que :

$$a_t^* = \frac{A_t^*}{Y_t} = v(\gamma^* - \gamma) \tag{16}$$

6- L'aide internationale est-elle efficace ?

Le modèle de Domar nous apprend que l'aide au développement devrait soutenir l'épargne et ainsi augmenter le taux d'investissement.

On peut se poser les questions suivantes :

- ▶ Est ce que l'aide à l'investissement affecte le taux d'épargne ?
- ▶ Est ce que l'aide augmente réellement le taux d'investissement ?
- ▶ est ce que l'aide augmente réellement le taux de croissance ?

Pour répondre à ces questions il faut se référer aux travaux de Hansen & Tarp (2000)

Tests empiriques concernant l'aide

Hansen & Tarp (2000) "*Aid Effectiveness Disputed*" offrent un examen approfondi de la littérature sur les tests empiriques qui ont été menés.

Ils répertorient 131 études et les classent en fonction des résultats obtenus. Toutes les études peuvent être classées en trois groupes :

- ▶ Lien entre l'aide au développement et l'épargne
- ▶ Lien entre l'aide au développement et l'investissement
- ▶ Lien entre l'aide au développement et la croissance

Lien entre l'aide au développement et l'épargne

A priori le modèle de Domar suppose que l'aide ne modifie pas le comportement d'épargne des agents. Le taux d'épargne s est exogène et ne change pas en présence d'aides.

Pour tester cette relation, nous pouvons écrire :

$$\frac{S_t}{PIB_t} = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{AIDE_t}{PIB_t}$$

- ▶ si $\alpha_1 < 0$, l'aide diminue le taux d'épargne.
- ▶ Si $\alpha_1 = 0$ l'aide n'a aucune influence sur l'épargne.
- ▶ Si $\alpha_1 > 0$, l'aide augmente le taux d'épargne.

Le modèle de Domar suppose que : $\alpha_0 = s$ et $\alpha_1 = 0$

Résultats empiriques

24 études examinent le lien entre aide et taux d'épargne :

- ▶ 14 concluent à un lien négatif et significatif : $\alpha_1 < 0$
- ▶ 10 concluent à l'absence de lien $\alpha_1 = 0$ ou liens peu significatifs
- ▶ Aucune conclue à un lien positif et significatif.

Il est étonnant que la majorité des études concluent à la baisse du taux d'épargne lorsque le pays est aidé. Il y a moins d'incitation à épargner pour investir puisque les autres le font (cf parabole du bon samaritain).

Ce point là doit être approfondi...

Hansen & Tarp recensent 22 études qui étudient la baisse du taux d'épargne ayant pour origine l'aide.

- ▶ 1 étude donne $\alpha_1 < -1$.
L'épargne diminue d'un montant plus important que le montant de l'aide.
- ▶ 13 études donnent $\alpha_1 = -1$.
L'épargne se réduit d'un montant exactement égal à celui de l'aide.
- ▶ 8 études donnent $-1 < \alpha_1 < 0$.
L'épargne se réduit mais d'un montant inférieur à l'aide.

Lien entre le taux d'investissement et l'aide

Hansen & Tarp recensent 16 études qui étudient le lien entre taux d'investissement et l'aide compte tenu de l'effet de l'aide sur l'épargne.

- ▶ 1 seule étude montre qu'il n'y a pas significativement d'augmentation du taux d'investissement lorsque le pays est aidé.
- ▶ 15 études montrent que l'aide permet d'augmenter le taux d'investissement.

Lien entre l'aide et le taux de croissance 1/2

Hansen & Tarp recensent 64 études sur ce lien.

On sait que la relation entre l'aide et le taux de croissance est de la forme :

$$\gamma^* = \frac{s + a}{v} - \delta = \frac{s}{v} - \delta + \frac{a}{v} = \gamma + \frac{1}{v}a$$

On teste donc la relation :

$$\gamma_t^* = \beta_0 + \beta_1 a_t$$

où :

- ▶ β_0 est le taux de croissance sans aide
- ▶ β_1 représente l'inverse du coefficient de capital soit l'effet marginal de l'aide sur la croissance.

Lien entre l'aide et le taux de croissance 2/2

- ▶ 1 seule étude monte que l'aide diminue le taux de croissance.
- ▶ 25 études montrent qu'il n'y a pas de lien significatif.
- ▶ 38 études montrent que le taux de croissance augmente lorsque le pays est aidé.

Une nouvelle génération de tests

Les études citées précédemment testaient le modèle de Domar. En conclusion, on peut émettre un sérieux doute sur l'efficacité de l'aide. Boone (1996) affirme que l'aide augmente la consommation en diminuant le taux d'épargne.

Les travaux de Burnside et Dollar (2000) abordent le problème de l'efficacité de l'aide de façon différente. Ils estiment le lien entre le taux de croissance et tout un tas de variables.

Leur résultat est plus nuancé : l'aide est efficace que si le pays a un bon environnement de politique économique (tels qu'un surplus budgétaire, une faible inflation ou un degré d'ouverture économique élevé).

Les résultats de Burnside & Dollar (2000)

- ▶ L'aide seule n'augmente pas de taux de croissance
- ▶ L'aide augmente le taux de croissance si elle est menée dans un pays ayant un bon indicateur de politique économique (surplus budgétaire de l'État positif, taux d'inflation faible, degré d'ouverture de l'économie élevé)
- ▶ L'effet de l'aide conditionnée à une bonne politique économique a un effet marginal décroissant.

L'article de Burnside et Dollar a eu un effet retentissant et a initié de concept **d'aide conditionnelle**.

Remise en cause des conclusions de B&D

- ▶ En 2003, Easterly, Levine and Roodman réitèrent les travaux de Burnside et Dollar avec plus de données. Ils concluent que les résultats de Burnside et Dollar ne peuvent pas être confirmés. Ainsi l'aide (même conditionnelle) n'aurait pas d'effet sur la croissance et même pire puisqu'elle nuirait à la croissance !
- ▶ En 2010, Doucouliagos et Paldam mettent fin au débat sur l'aide conditionnelle en montrant empiriquement comme B&D que même l'aide conditionnelle ne fonctionne pas.

Un graphique accablant !

La Figure suivante issue de Easterly (2003) représente le taux de croissance des pays d'Afrique sub-saharienne en moyenne mobile sur 10 ans ainsi que l'aide en % du PIB reçue.

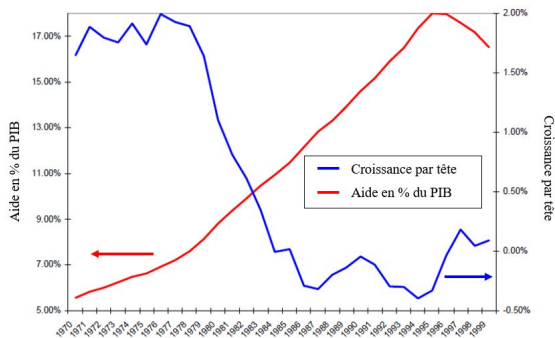


FIGURE – Aide au développement et croissance en Afrique

7- Conclusion

- ▶ Le modèle de Domar cherchait à expliquer l'origine de croissance économique dans l'investissement.
- ▶ Empiriquement il existe bien un lien entre le taux d'investissement et la croissance
- ▶ Les extensions de ce modèle explique pourquoi les taux d'investissement peuvent différer d'un pays à l'autre.
- ▶ Ce modèle laisse penser que l'aide à l'investissement pourrait sortir les pays de la pauvreté.
- ▶ le débat empirique montre que l'aide aux pays pauvres n'est pas efficace.