2- Le modèle de HARROD et DOMAR

Harrod et Domar reprennent le modèle de Domar en intégrant le facteur travail. Cela complique un peu l'analyse et la rend plus crédible mais surtout ce modèle offre un cadre de réflexion théorique pour construire un « bon » modèle de croissance.

2-1- Étude de la fonction de production Keynésienne

Dans **le court terme** il est impossible de « jouer » sur la substituabilité des facteurs de production.

Il convient de prendre une fonction de production à facteurs de production complémentaires.

$$\boxed{Y_t = \min\left\{\frac{K_t}{v};\frac{L_t}{u}\right\}}$$

Les deux cas de la fonction de production…

$$Y_t = \min\left\{\frac{K_t}{v}; \frac{L_t}{u}\right\}$$

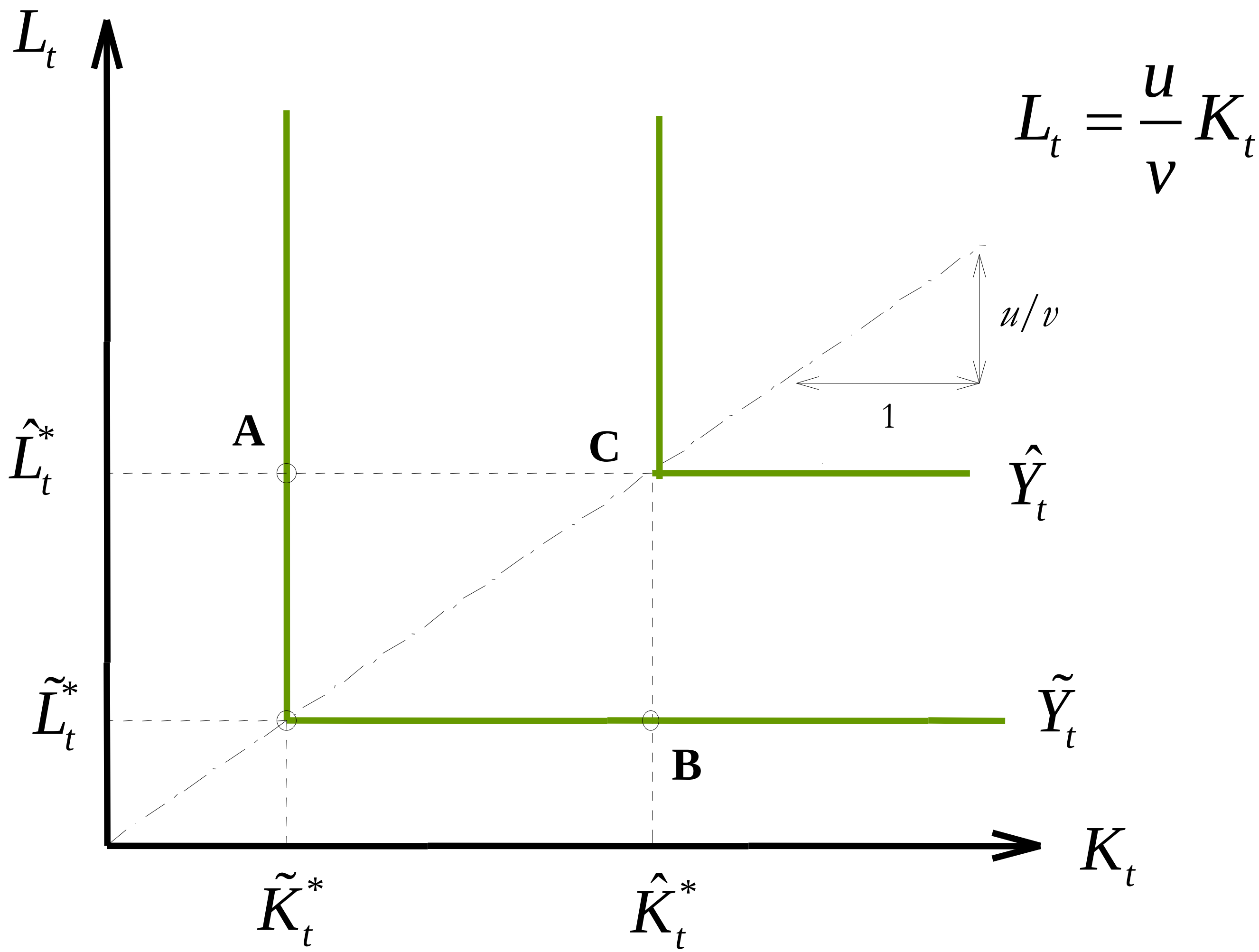
si $\quad \dfrac{K_t}{v} < \dfrac{L_t}{u} \quad \Leftrightarrow \quad k_t < \dfrac{v}{u} \quad$ alors $\quad \boxed{Y_t = \dfrac{K_t}{v}}$

La production est contrainte par le manque de capital

si $\quad \dfrac{K_t}{v} > \dfrac{L_t}{u} \quad \Leftrightarrow \quad k_t > \dfrac{v}{u} \quad$ alors $\quad \boxed{Y_t = \dfrac{L_t}{u}}$

La production est contrainte par le manque de travailleurs

Isoquantes de la fonction de production Keynésienne



Exercice :

Supposons un processus de production tel qu'il soit nécessaire pour produire une unité d'output d'associer une machine (une unité de capital) à deux travailleurs (deux unités de travail).

1. Ecrire la fonction de production Keynésienne.

2. Donner le niveau de production lorsqu'on dispose de 10 machines et 15 travailleurs. Qu'en pensez vous ?

Solution :

Puisqu'il faut 1 unité de capital et 2 unités de travail, la production ne sera pas contrainte par l'un ou l'autre des facteurs si et seulement si :

$$\boxed{\frac{K_t}{L_t} = \frac{v}{u} = \frac{1}{2}}$$

On identifie v à 1 et u à 2. La forme de la fonction de production est donc :

$$\boxed{Y_t = \min\left\{K_t ; \frac{L_t}{2}\right\}}$$

Lorsque l'on dispose de 10 machines et de 15 travailleurs la production est :

$$\boxed{Y_t = \min\left\{10 ; \frac{15}{2}\right\} = 7{,}5}$$

La fonction de production Keynésienne par tête :

$$y_t = \frac{Y_t}{L_t} = \min\left\{\frac{K_t}{vL_t}; \frac{L_t}{uL_t}\right\} = \min\left\{\frac{k_t}{v}; \frac{1}{u}\right\}$$

si $\frac{k_t}{v} < \frac{1}{u} \Leftrightarrow k_t < \frac{v}{u}$ alors $\boxed{y_t = \frac{k_t}{v}}$

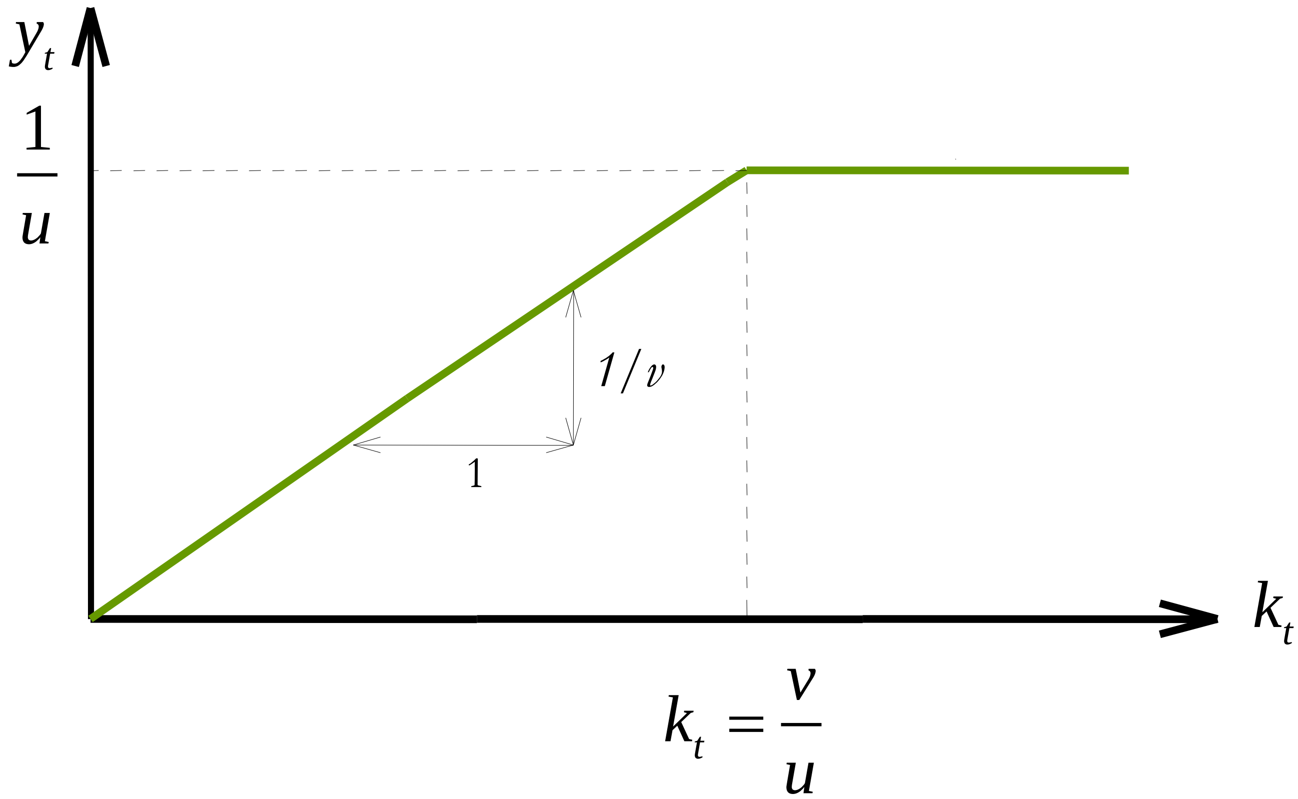
Si l'économie manque de capital par tête

si $\frac{k_t}{v} > \frac{1}{u} \Leftrightarrow k_t > \frac{v}{u}$ alors $\boxed{y_t = \frac{1}{u}}$

Si l'économie manque de travailleurs

La fonction de production Keynésienne par tête :

Représentation graphique



2-2- Les hypothèses du modèle

Hypothèse #1 : Par soucis de simplification on suppose que l'économie est de type capitaliste sans Etat et fermée.

Hypothèse #2 : La fonction de production par tête est une fonction de court terme qui prend la forme suivante :

$$Y_t = \min\left\{\frac{K_t}{v}; \frac{L_t}{u}\right\}$$

Hypothèse #3 : On suppose que la force de travail croît à taux constant *n*.

$$\gamma_L = \frac{DL_t}{L_t} = n$$

Hypothèse #4 : La fonction de consommation est une fonction keynésienne de long terme du type :

$$C_t = c.Y_t$$

Hypothèse #5 : La demande de biens d'investissement de la part des producteurs est fonction de la production attendue. Puisque la production est donnée par :

$$\begin{cases} Y_t = \dfrac{K_t}{v} \\ Y_t = \dfrac{L_t}{u} \end{cases}$$

Les producteurs ne demandent des biens d'investissement uniquement dans le cas où la production est limitée par le manque de capital.

Pour atteindre un niveau de production Y_t^e il faudra donc un capital égal à :

$$K^e{}_t = vY_t^e$$

on en déduit que le taux de croissance anticipé du capital doit être égal au taux de croissance de la production anticipée :

$$\frac{DK_t^e}{K_t^e} = \frac{DY_t^e}{Y_t^e} = \gamma^e \qquad \text{Et comme} \qquad DK_t = I_t - \delta K_t = \gamma^e K_t$$

On en déduit :

$$\boxed{I_t = \left(\gamma^e + \delta\right) K_t}$$

L'investissement par tête est obtenu en divisant par la population :

$$\frac{I_t}{L_t} = \left(\gamma^e + \delta\right) k_t$$

Hypothèse #6 : L'égalité emploi ressource est : $Y_t = C_t + I_t$

En divisant l'égalité emplois-ressources par L puis en remplaçant l'investissement par tête par l'expression précédente on obtient :

$$y_t = c_t + \left(\gamma^e + \delta\right) k_t$$

2-3- Confrontation de l'offre et de la demande

L'offre de Biens et Services dans le modèle d'Harrod-Domar

$$y_t^s = \min\left\{\frac{k_t}{v}; \frac{1}{u}\right\}$$

La demande dans le modèle d'Harrod-Domar

$$y_t^d = cy_t^s + \left(\gamma^e + \delta\right)k_t$$

Situations de demande excédentaire :

Si l'offre est inférieure à la demande, nous avons deux cas de figure puisque l'offre peut prendre deux valeurs :

1er cas : $y_t^s = \frac{k_t}{v}$ soit $\frac{k_t}{v} < c\frac{k_t}{v} + \left(\gamma^e + \delta\right)k_t$

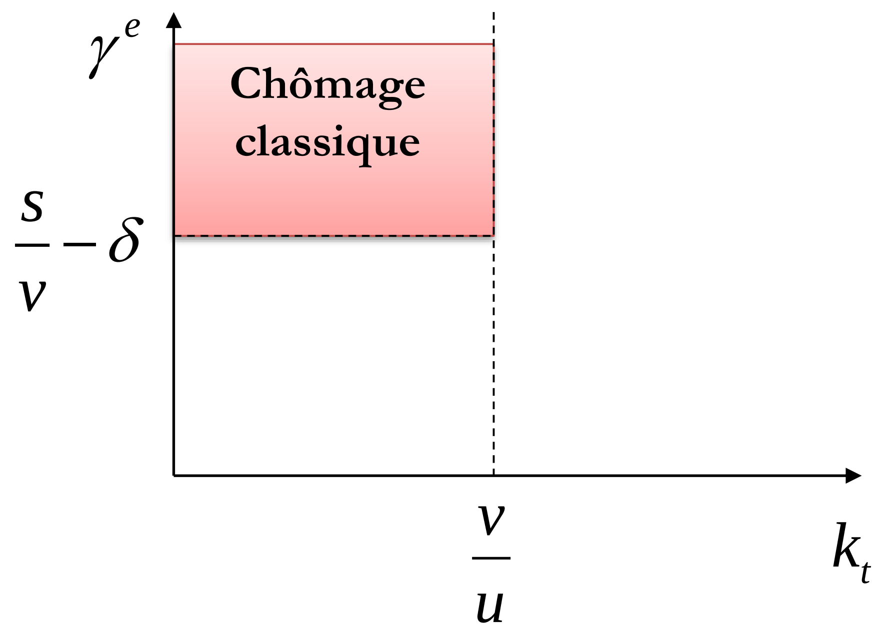
2ème cas : $y_t^s = \frac{1}{u}$ soit $\frac{1}{u} < c\frac{1}{u} + \left(\gamma^e + \delta\right)k_t$

Étude du premier cas :

$$\frac{k_t}{v} < c\,\frac{k_t}{v} + \left(\gamma^e + \delta\right) k_t$$

en simplifiant par k et en arrangeant on obtient :

$$\boxed{\begin{gathered}\gamma^e > \frac{1-c}{v} - \delta = \frac{s}{v} - \delta \\[2ex] k_t < \frac{v}{u}\end{gathered}}$$

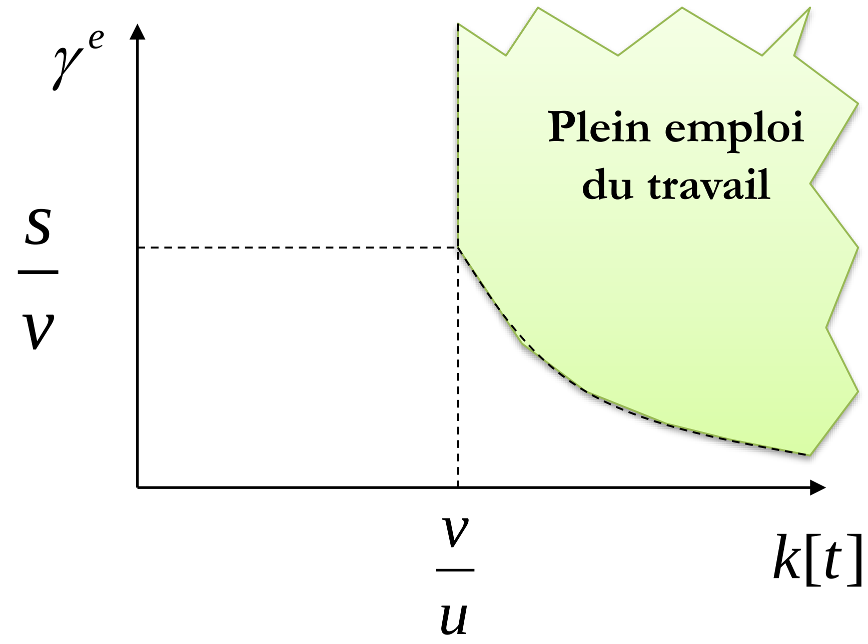


Étude du deuxième cas :

$$\frac{1}{u} < c\,\frac{1}{u} + \left(\gamma^e + \delta\right) k_t$$

$$\gamma^e > \frac{1-c}{uk_t} - \delta = \frac{s}{uk_t} - \delta$$

$$k_t > \frac{v}{u}$$



Situations d'offre excédentaire :

Si l'offre est supérieure à la demande, nous avons deux cas de figure puisque l'offre peut prendre deux valeurs :

1er cas : $$y_t^s = \frac{k_t}{v} \qquad \text{soit} \qquad \frac{k_t}{v} > c\,\frac{k_t}{v} + \left(\gamma^e + \delta\right)k_t$$

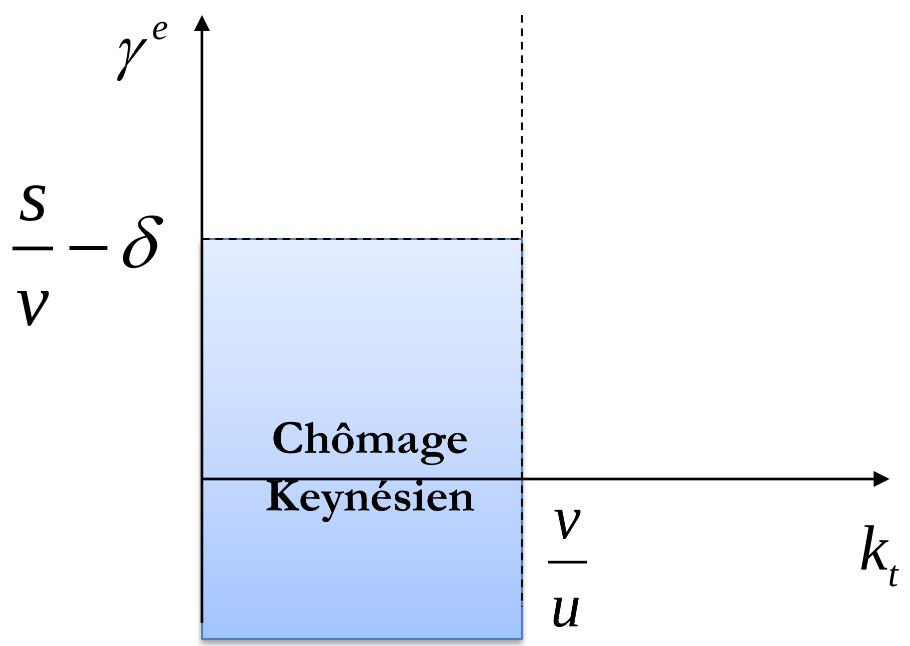
2ème cas : $$y_t^s = \frac{1}{u} \qquad \text{soit} \qquad \frac{1}{u} > c\,\frac{1}{u} + \left(\gamma^e + \delta\right)k_t$$

Étude du premier cas :

$$\frac{k_t}{v} > c\,\frac{k_t}{v} + \left(\gamma^e + \delta\right) k_t$$

en simplifiant par $k[t]$ et en arrangeant on obtient :

$$\boxed{\begin{array}{l} \gamma^e < \dfrac{1-c}{v} = \dfrac{s}{v} - \delta \\[2em] \qquad k_t < \dfrac{v}{u} \end{array}}$$

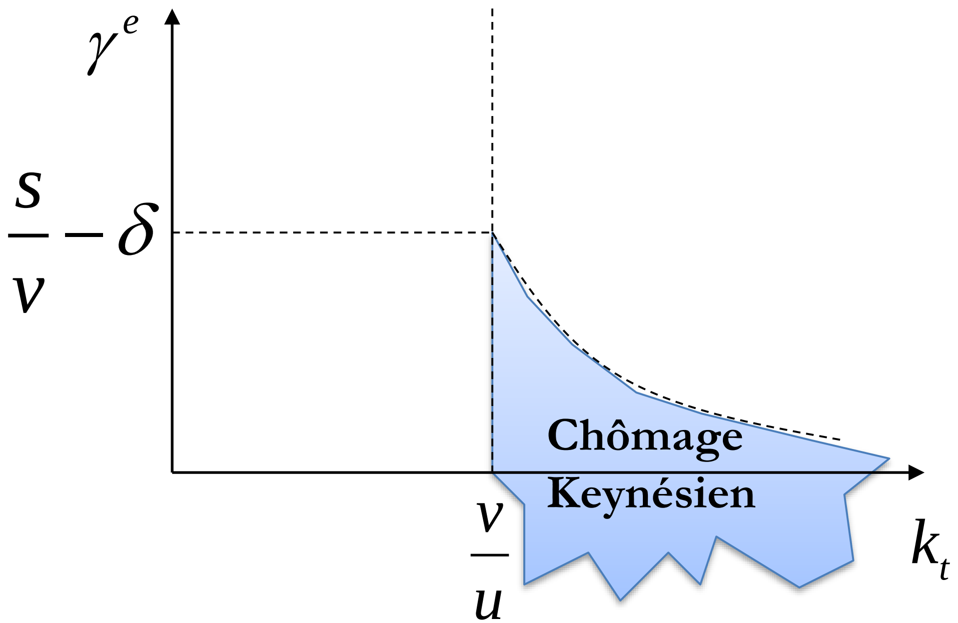


Étude du deuxième cas :

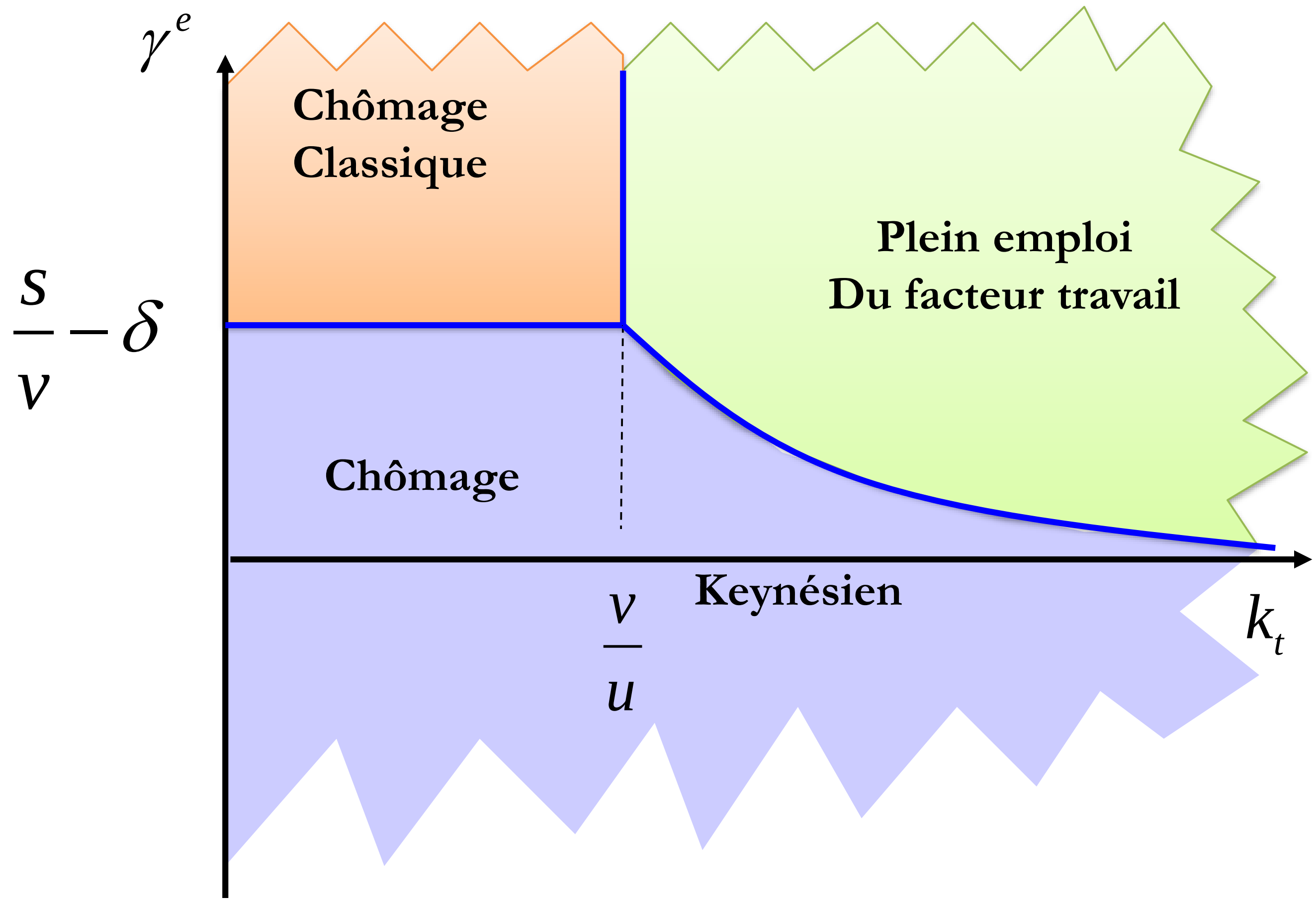
$$\frac{1}{u} > c\,\frac{1}{u} + \left(\gamma^e + \delta\right)k_t$$

$$\gamma^e < \frac{1-c}{u.k_t} = \frac{s}{u.k_t} - \delta$$

$$k_t > \frac{v}{u}$$



Synthèse graphique :



Les variations du capital par tête :

L'accumulation du capital est : $DK_t = I_t - \delta K_t = \gamma^e K_t$

Comme $Dk_t = D\left(\dfrac{K_t}{L_t}\right) = \dfrac{DK_t.L_t - K_t.DL_t}{\left(L_t\right)^2} = \dfrac{DK_t}{L_t} - \dfrac{K_t}{L_t}.\dfrac{DL_t}{L_t}$

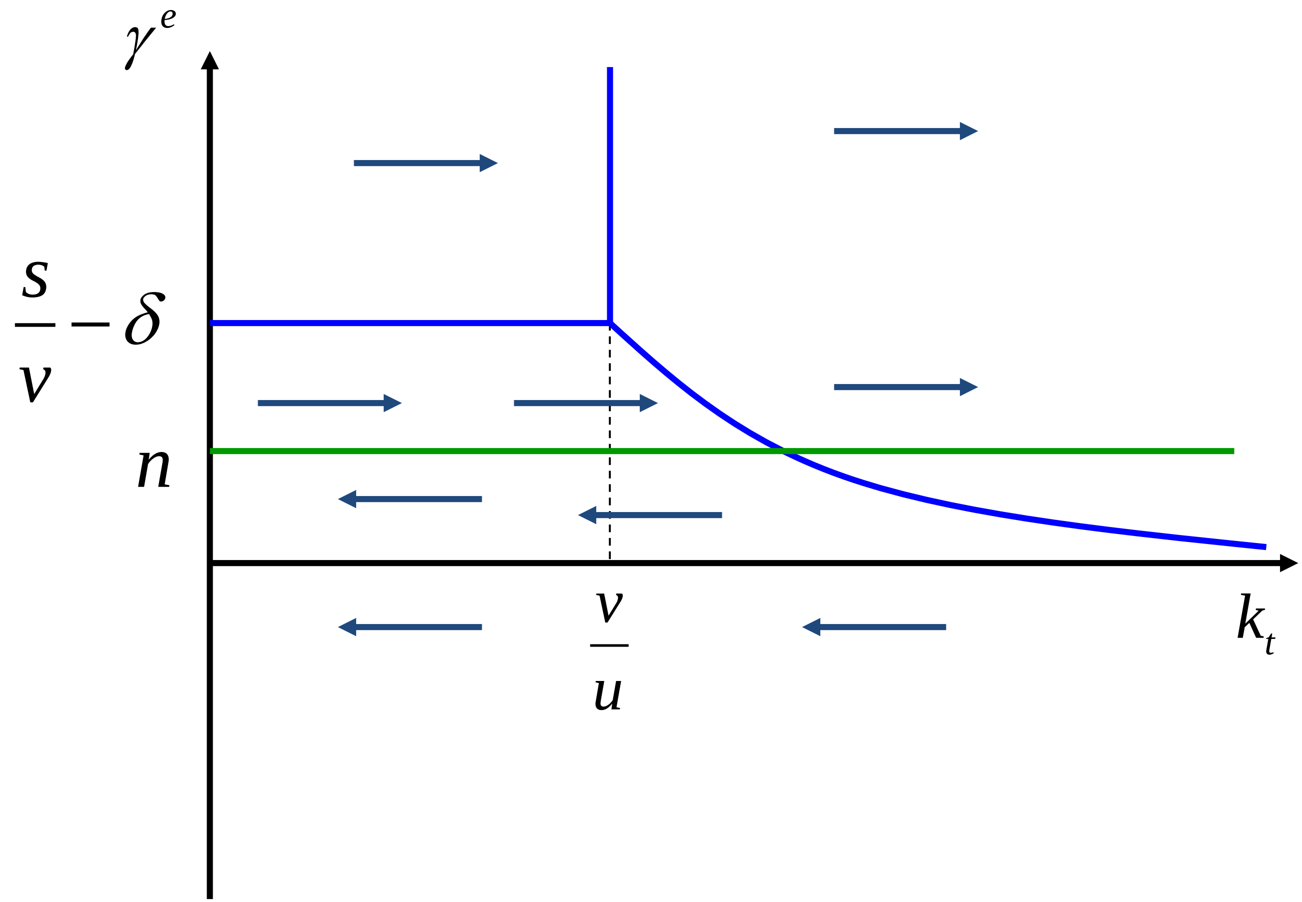
On déduit :

$$\boxed{Dk_t = \left(\gamma^e - n\right)k_t}$$

Donc :

$$\boxed{\begin{array}{l} Dk_t > 0 \quad \text{si} \quad \gamma^e > n \\ Dk_t < 0 \quad \text{si} \quad \gamma^e < n \end{array}}$$

Représentation graphique :



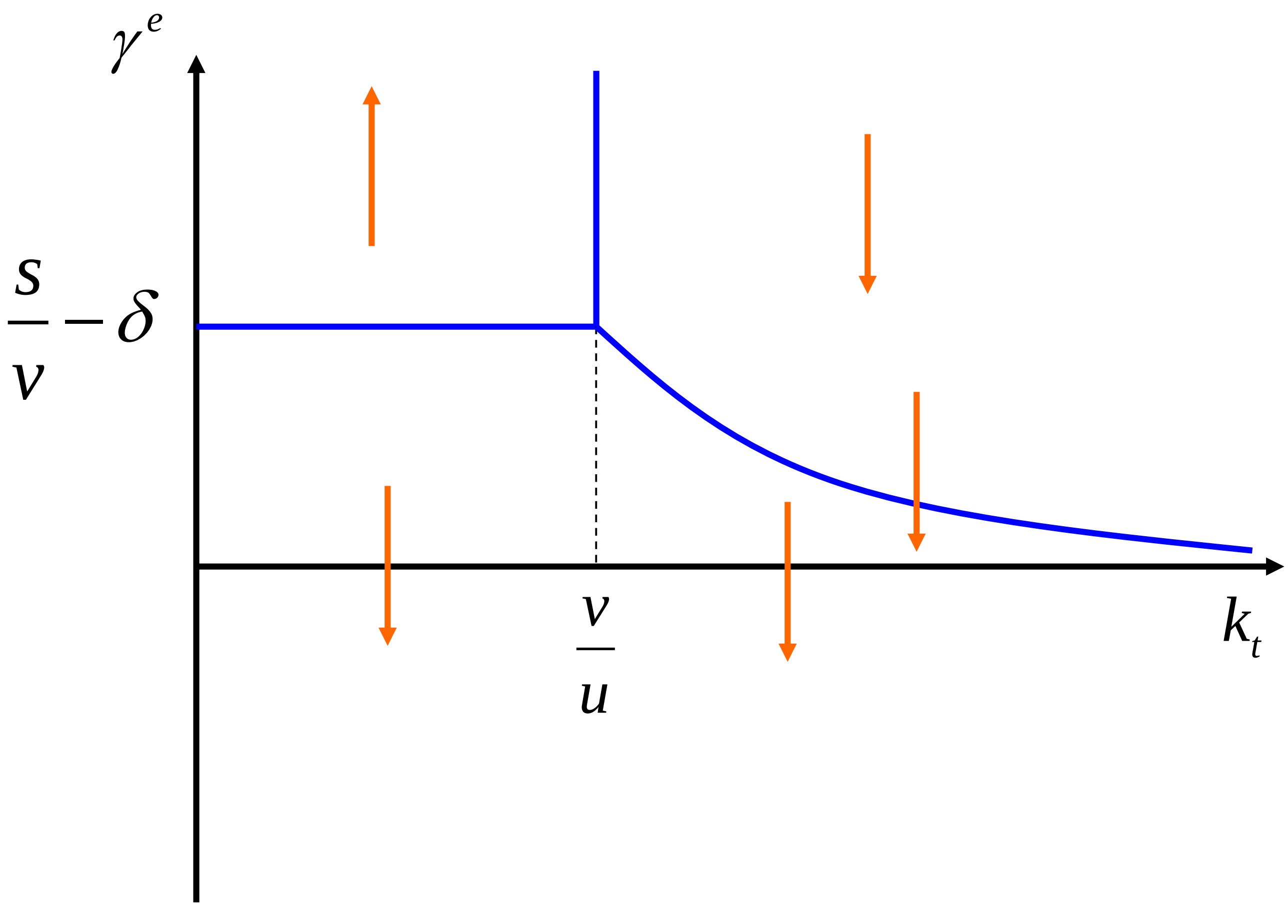
Les variations du taux de croissance anticipé :

En situation de chômage classique : La demande est supérieure à l'offre. Il suffit donc d'accumuler plus de capital pour produire plus et répondre à la demande. Le taux de croissance anticipé est révisé à la hausse: $\gamma^e \uparrow$

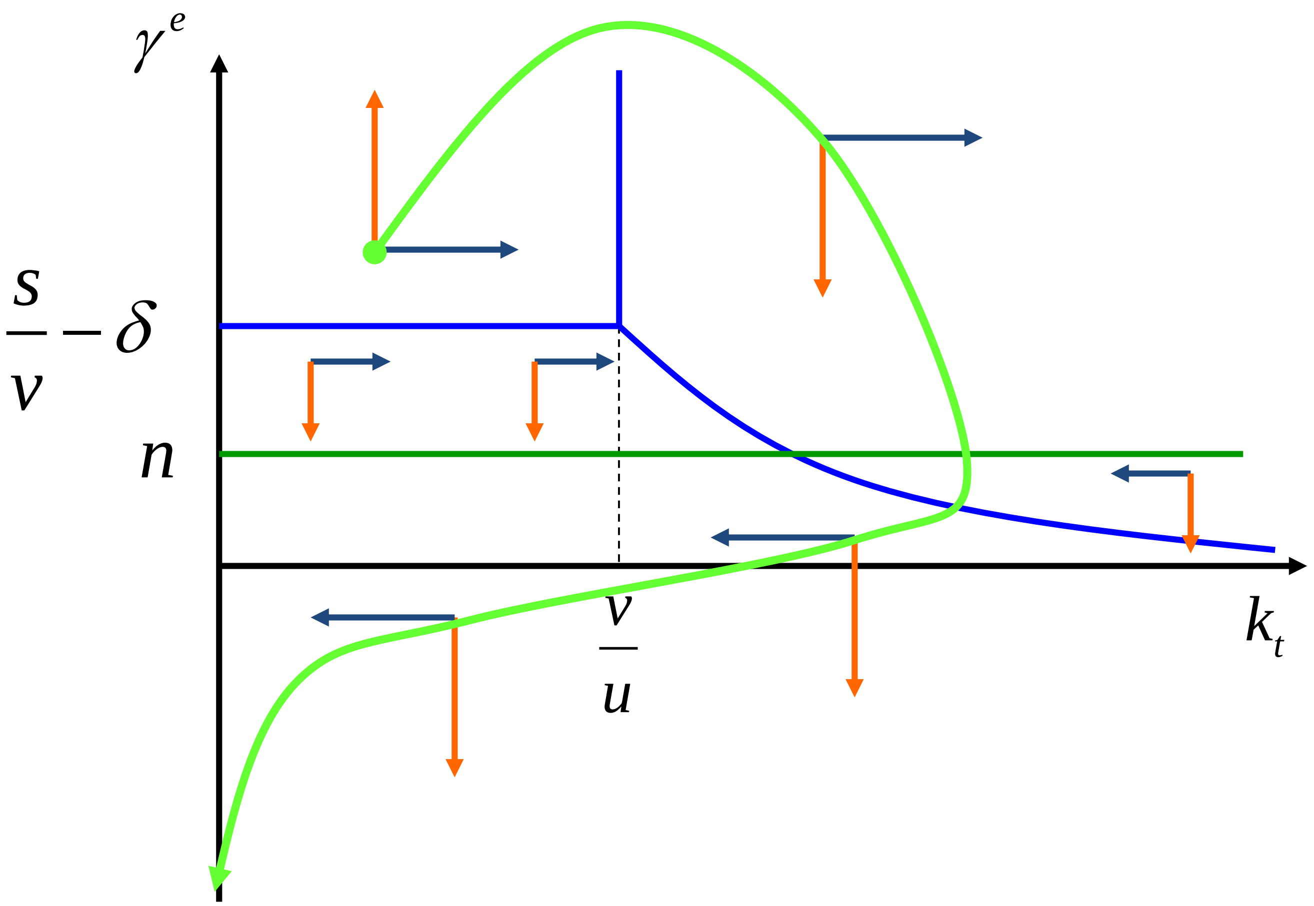
En situation de plein emploi du travail : La demande est supérieure à l'offre mais l'outil de production ne permet pas de produire plus, non pas par manque de capital mais par manque de main d'œuvre. Le taux de croissance anticipé est révisé à la baisse: $\gamma^e \downarrow$

En situation de chômage keynésien : La demande est inférieure à l'offre. On produit déjà trop. Ainsi le taux de croissance anticipé es révisé à la baisse: $\gamma^e \downarrow$

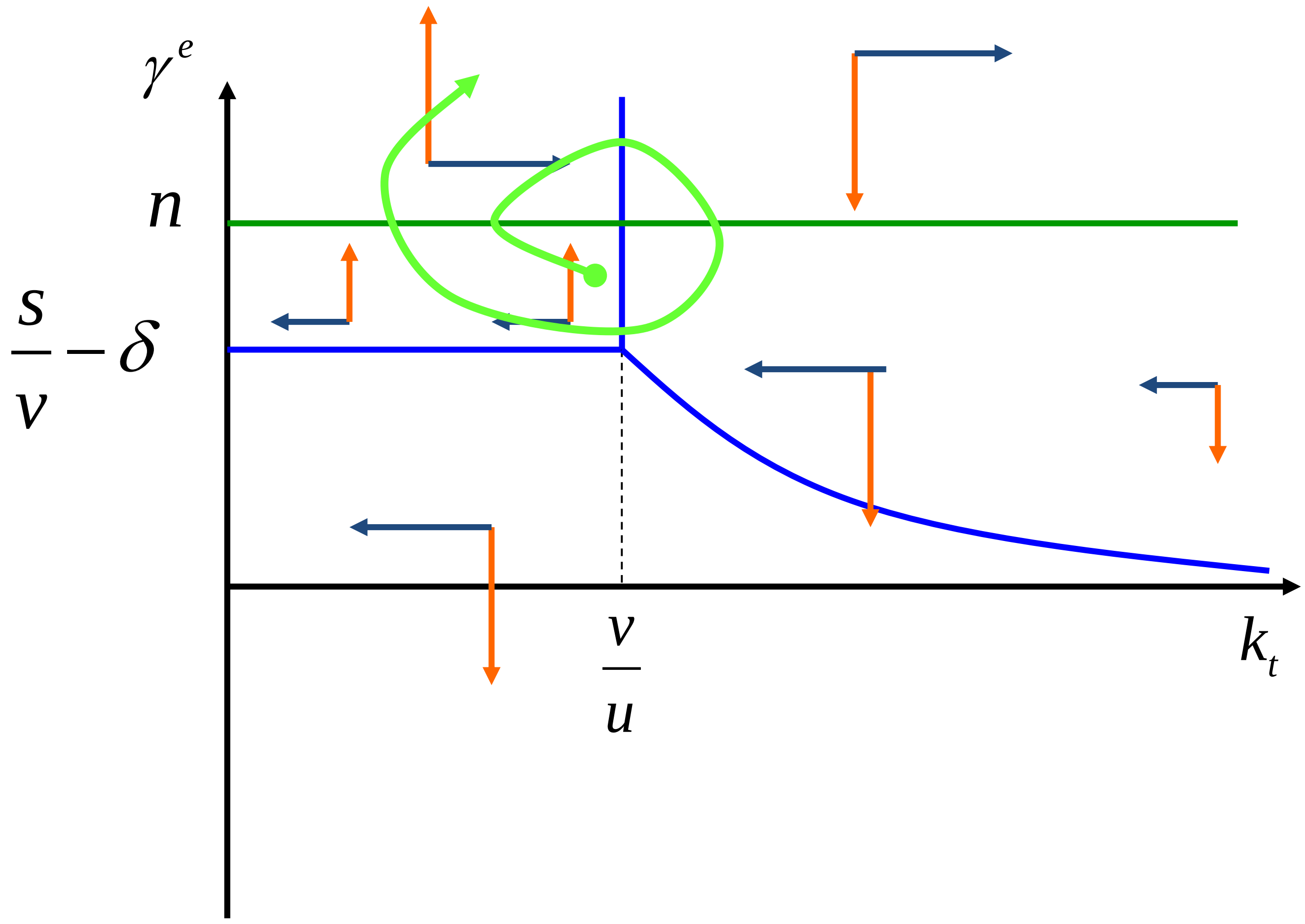
Représentation graphique :



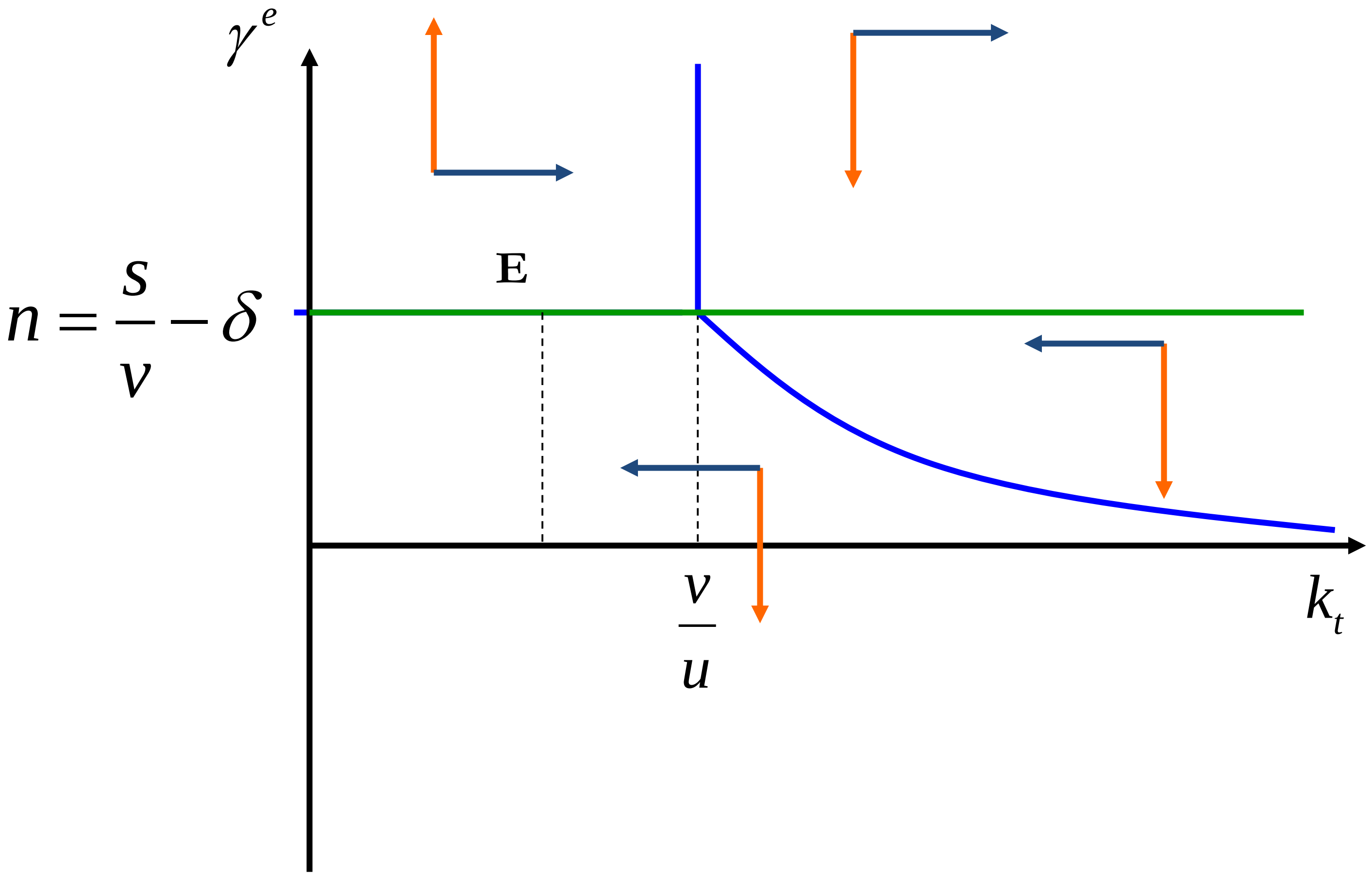
La dynamique du modèle :



La dynamique du modèle suite ….



La dynamique du modèle suite ….



2-4-Les enseignements du modèle :

La croissance est un phénomène foncièrement instable :

En effet si n est différent de $s/v-\delta$ l'économie est vouée à la ruine.

En revanche, si $n = s/v-\delta$ alors l'économie n'est pas vouée à la ruine.

L'instabilité est due à la difficulté de réalisation de l'égalité entre n et $s/v-\delta$ parce que ces trois paramètres sont des paramètres exogènes.

Comment y remédier ?

En rendant un paramètre endogène.

Endogénéisation du taux de croissance de la population :

La finalité serait de rendre endogène le taux de croissance de la population de façon à ce qu'il s'égalise au rapport $s/v-\delta$.

$$n=\frac{s}{v}-\delta$$

Il faudrait trouver un mécanisme qui explique comment le taux de croissance de la population peut s'adapter à l'épargne et à la technologie ! **Ce serait un modèle Malthusien.**

Endogénéisation du taux d'épargne :

La finalité serait de rendre endogène *s* le taux d'épargne de façon à ce qu'il s'égalise à :

$$s = v\left(n + \delta\right)$$

Il faudrait trouver un mécanisme qui explique comment le taux d'épargne peut s'adapter au taux de croissance de la population et à la technologie. **C'est le modèle de Kaldor.**

Endogénéisation de la technologie :

La finalité serait de rendre endogène la technologie (v) de façon à ce quelle s'adapte au taux de croissance de la population et au taux d'épargne.

$$v = \frac{s}{n + \delta}$$

L'épargne est à l'origine de l'accumulation du capital, la croissance de la population est la l'origine de l'accumulation du travail. Donc en « autorisant » la substituabilité capital-travail, il est possible de rendre endogène la technologie. **C'est le modèle de Solow.**