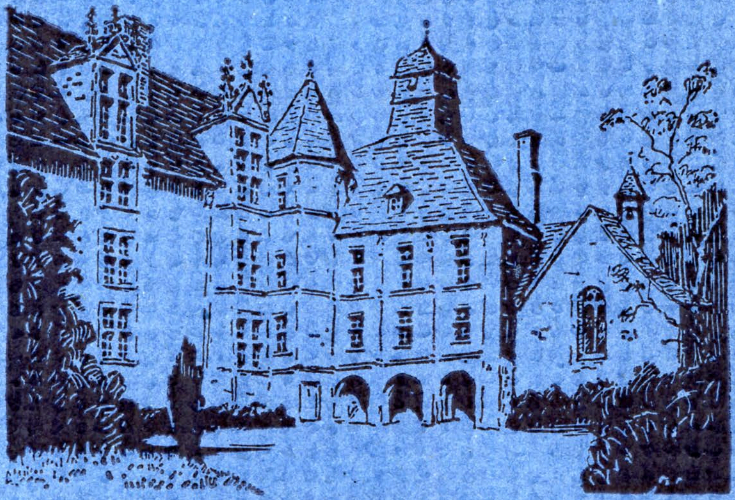
SUPER
LIMOUSIN



PMC

élève 318

Escercices de Géométrie

Le point . La ligne

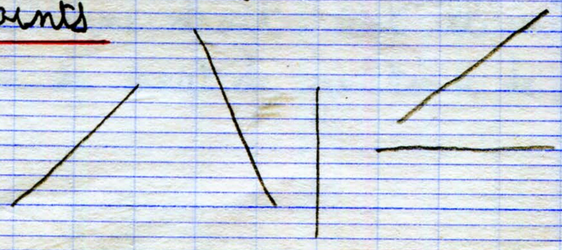
un point

. La pointe du compas, le crayon permettent de tracer des points.

Le point géométrique n'a aucune épaisseur.

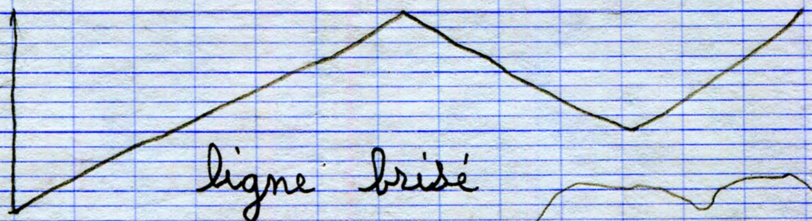
Un point qui se déplace forme une ligne.

Une ligne est formée par une infinité de points



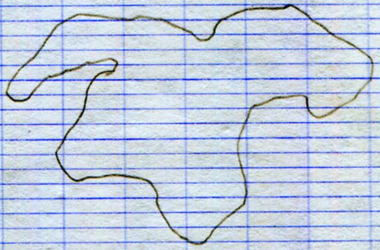
Un point qui se déplace sans changer de

direction : décrit une ligne droite



ligne brisé

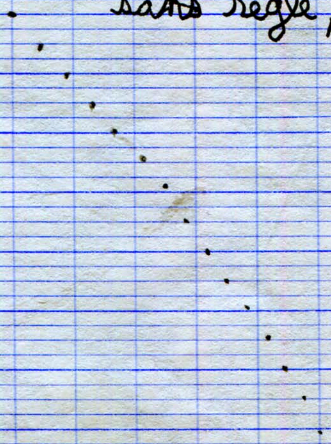
ligne courbe ouverte



ligne courbe férmée

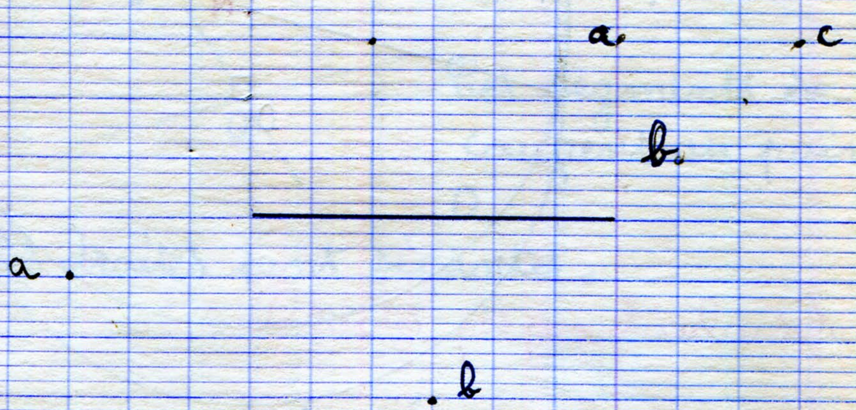
essayons d'aligner 15 points distincts

sans règle, c'est très dificile
f



alignons trois points

trois points ne sont pas toujours alignés

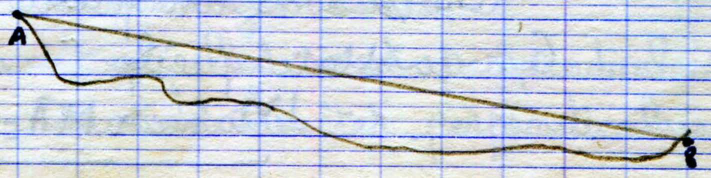


2 points sont toujours alignés

Positions relatives de deux ou plusieurs droites

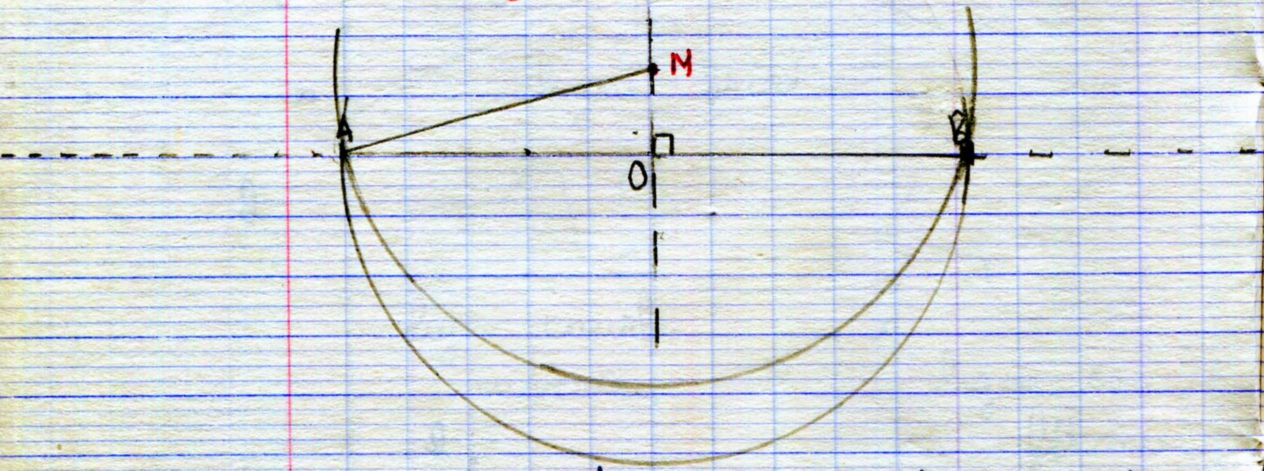
La ligne droite est illimitée

On se sert de portion de droites, de segments



La ligne droite est le plus court chemin de a à b

Axes de symétrie d'un segment de droite



Un segment de droite AB a deux axes de symétrie :

la droite elle-même

Une autre droite passant par le point O qui est au situé au milieu de AB. C'est la ⁊

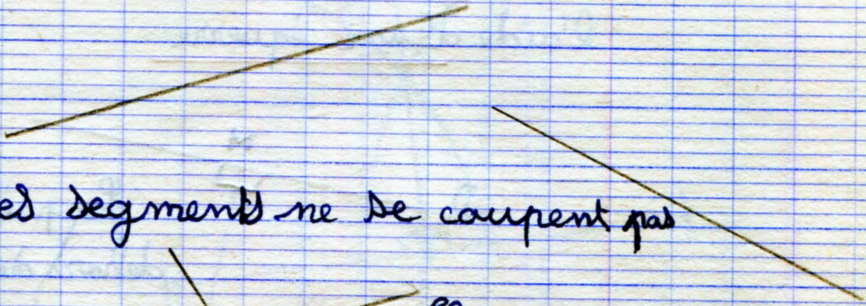
Ce point O est au milieu de AB

Il est le centre d'un cercle passant par A et par B.

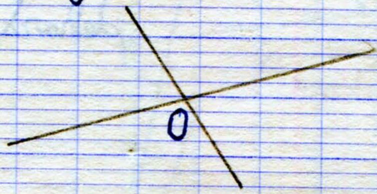
Choisissons un point M sur la médiatrice

On constate que :

distance : MA = distance MB



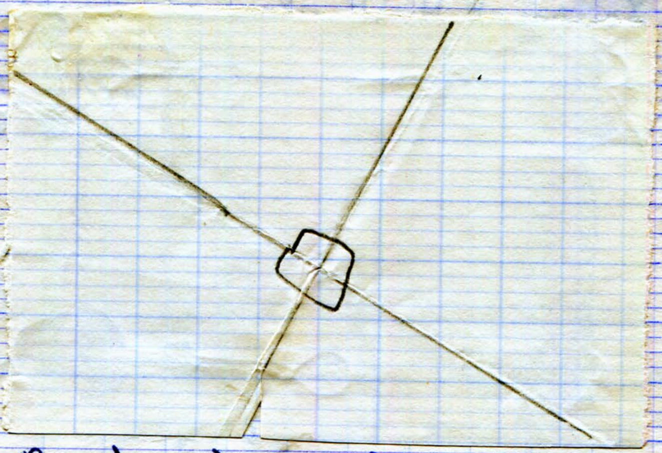
Ces segments ne se coupent pas



Ces segments se coupent au point O

Ces droites sont sécantes.

Droites perpendiculaires



médiatrice du segment

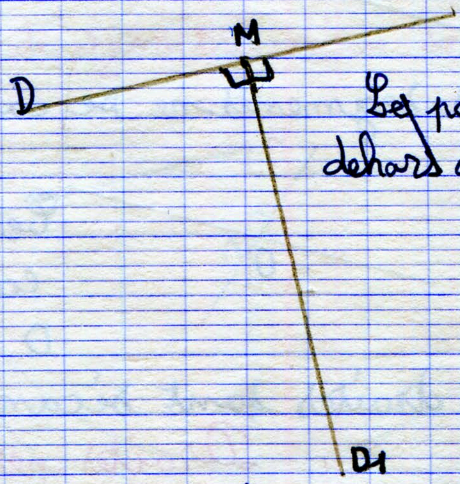
Les deux droites obtenues se coupent en formant des angles droits.

On dit qu'elles sont perpendiculaires.

On trace des droites perpendiculaires à

l'aide d'une équerre

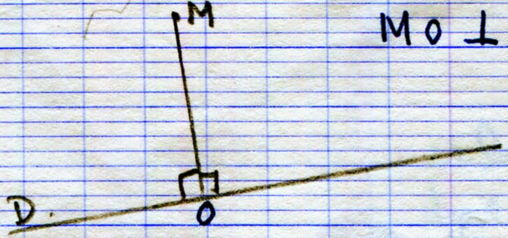
D1 ⊥ D



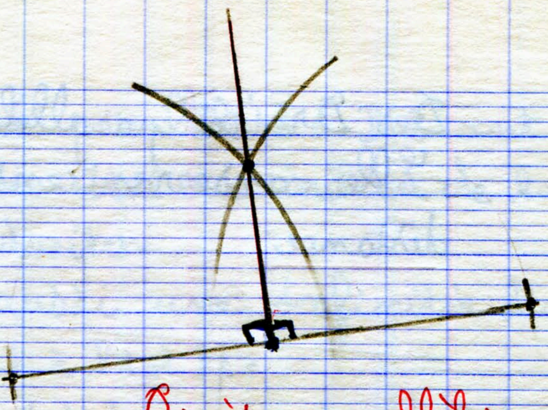
Le paint M est placé en dehors de la Draite D

Le paint M est placé en dehors de la Draite D

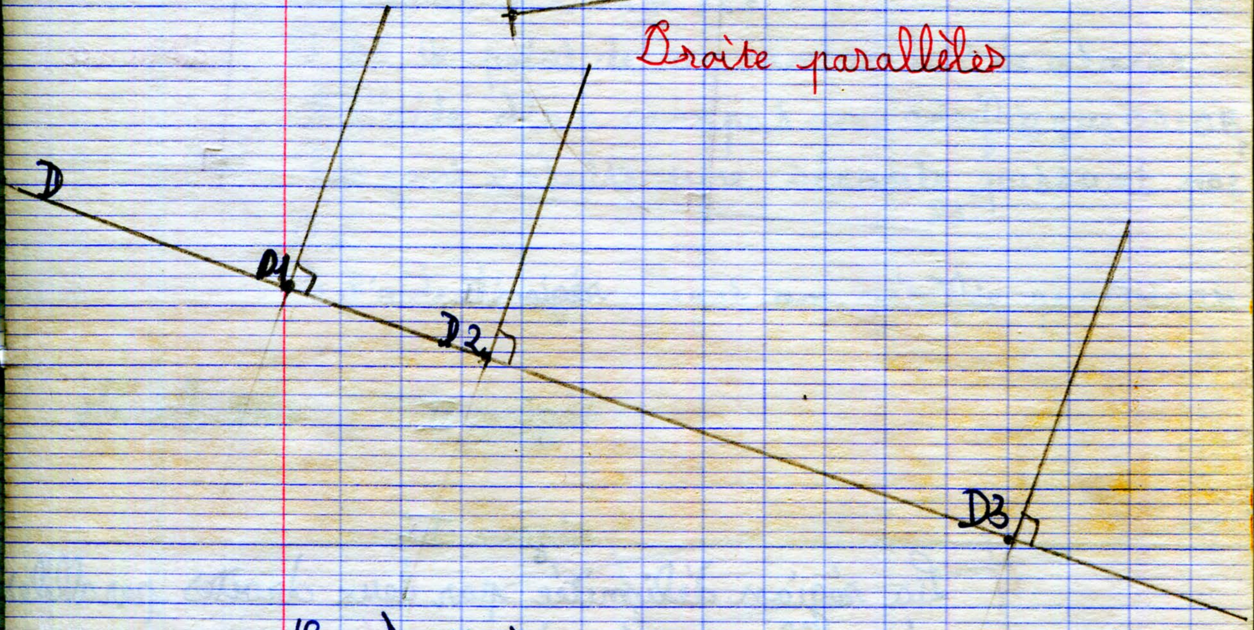
MO ⊥ D



On peut aussi tracé une perpendiculaire en se servent d'un campas



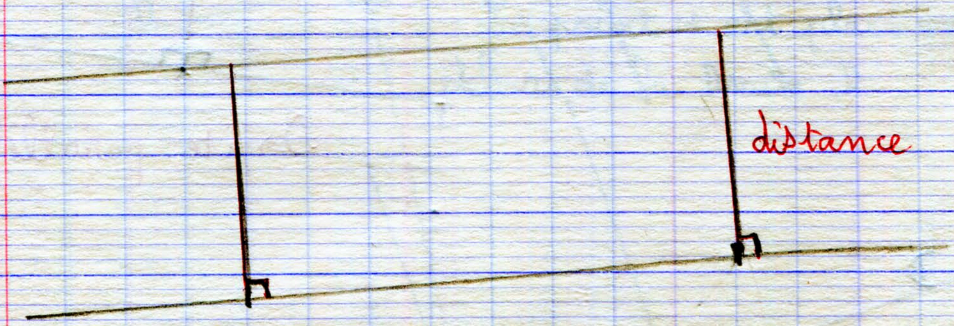
Droite parallèles

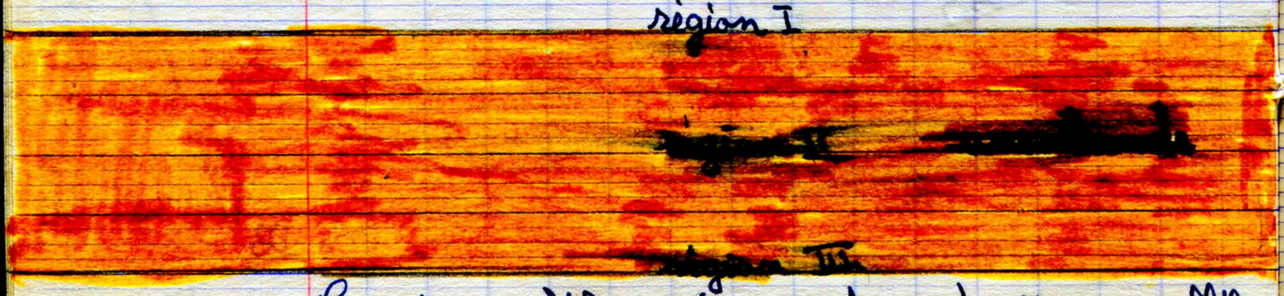


Les ~~draits~~ droites D1, D2, D3 sont perpendiculaires sur la droite D. On dit qu'elles sont parallèles //

D1 // D2 // D3

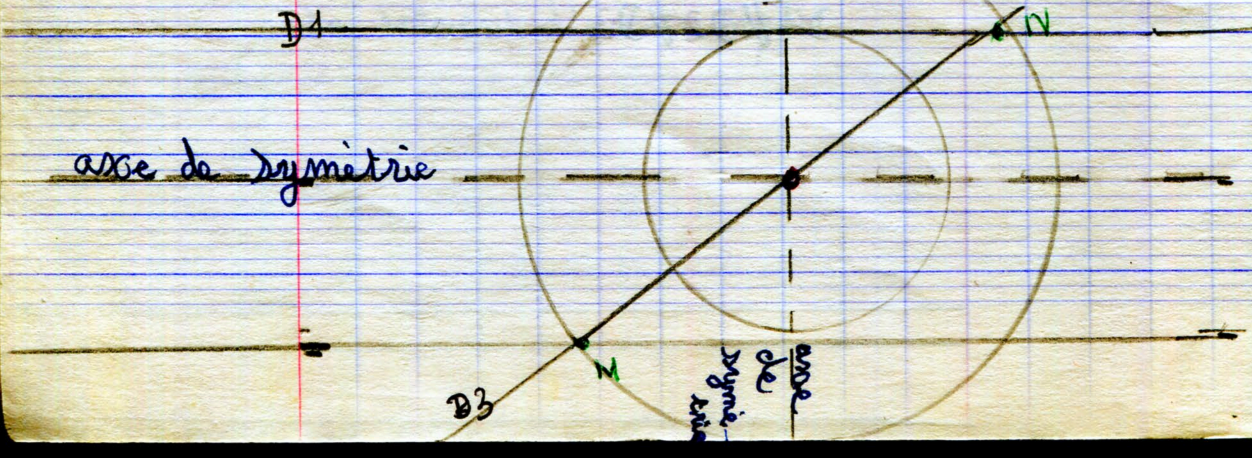
Des Droites parallèles ont la même direction. Elles conservent entre elles la même distance



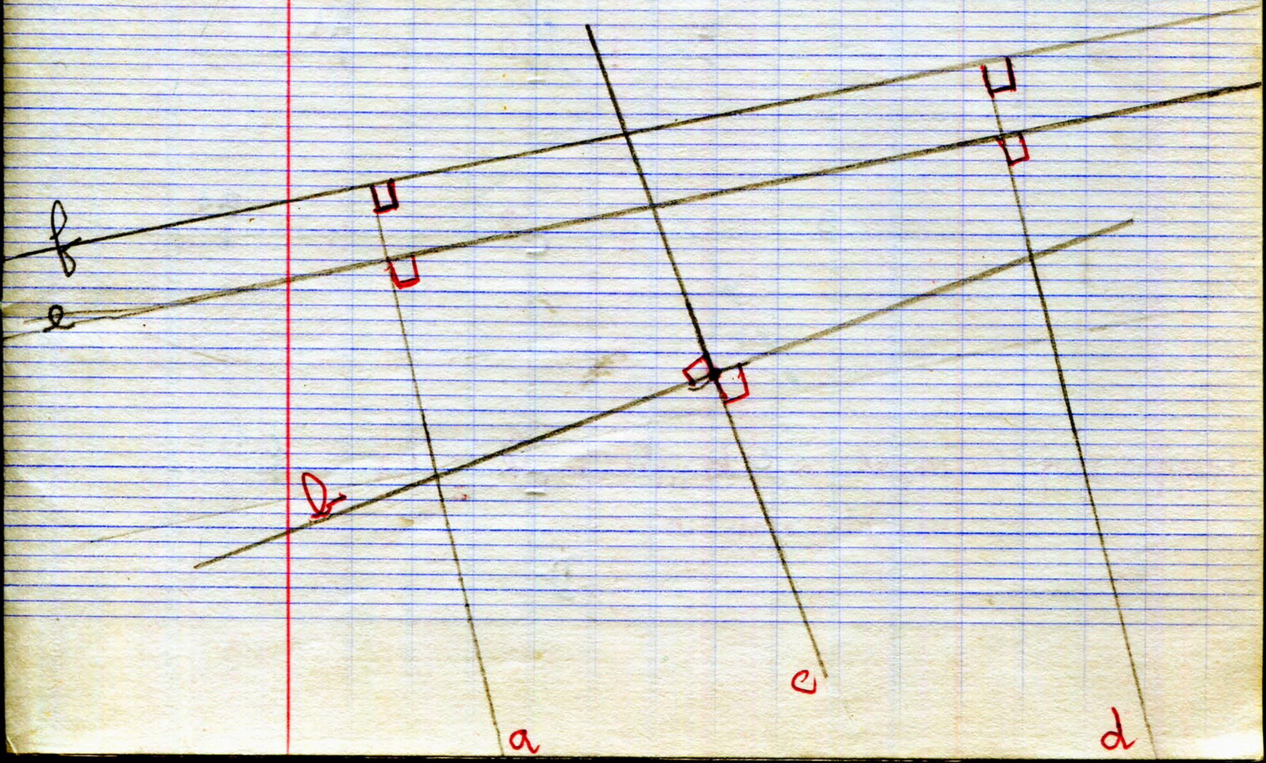


La région délimitée par deux droites parallèles s'appelle une bande

Axes de symétrie de 2 droites parallèles



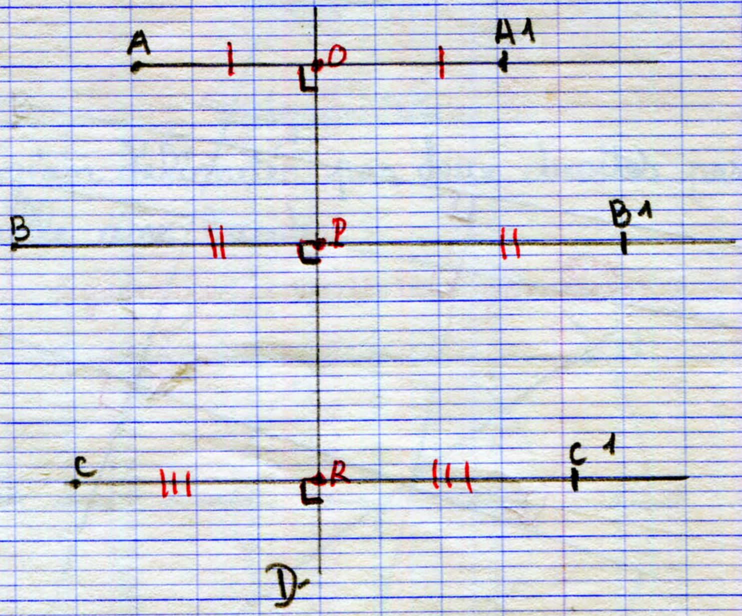
Deux droites parallèles D1 D2 ont un axe de symétrie situé au milieu de la distance et //aux 2 droites.
Elles ont aussi une infinitée d'axes de symétrie ⊥ à D1 et D2.
O est le point de rencontre de 2 de ces axes
A l'aide d'un compas on vérifie que OA=OB.
Traçons ensuite une sécante D3 passant par O.
A l'aide d'un compas on vérifie que OM=ON



///	a	b	c	d	e	f
a	//			//	⊥	⊥
b		//	⊥			
c		⊥	//			
d	//			//	⊥	⊥
e	⊥			⊥	//	//
f	⊥			⊥	//	//

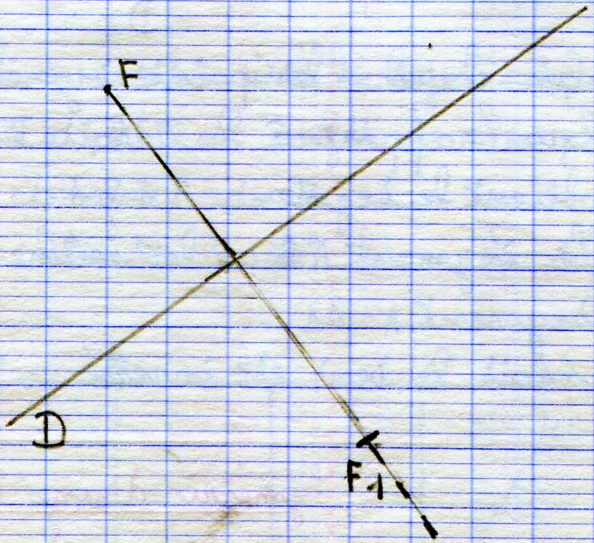
Symétries

Symétrie par rapport à une droite

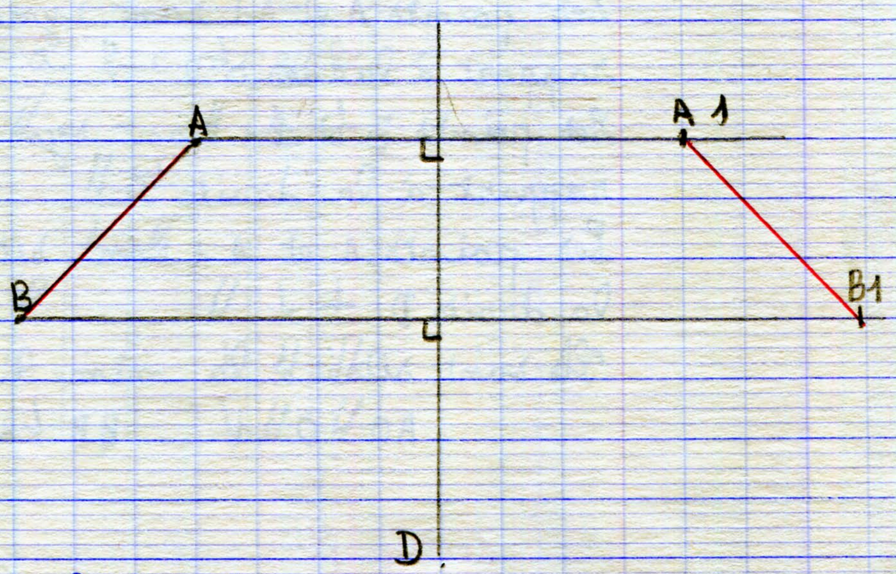


Les points A et A1 sont symétriques par rapport à la droite D
Les points B et B1 sont symétriques par rapport à la droite D
Les points A et A 1 sont situés sur une ⊥ à la droite D
Ils sont situés à la même distance de D

AO = OA1 BR = RB1 CR = RC1

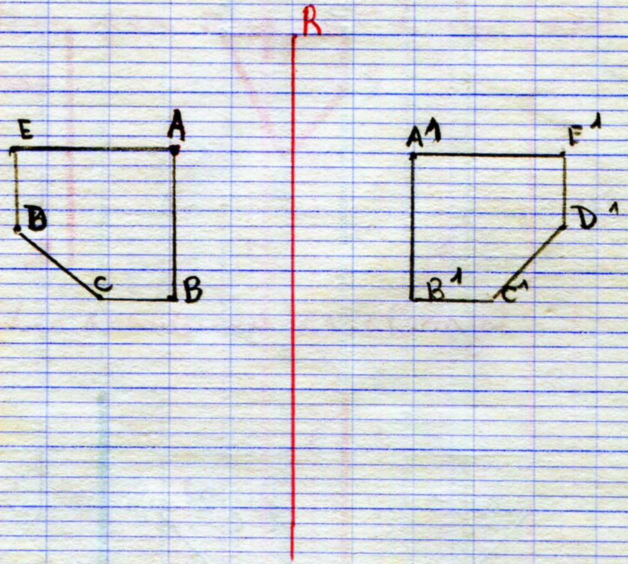


Symétrie d'un segment par rapport à une droite

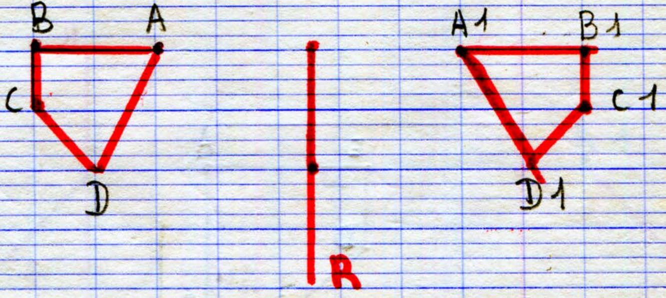


On cherche les points symétriques de A et de B par rapport à la droite D. On ~~constate~~ obtient le segment A 1 B 1
Le segment A B a la même ~~dist~~ mesure que le segment A 1 B 1
mais le sens est inversé

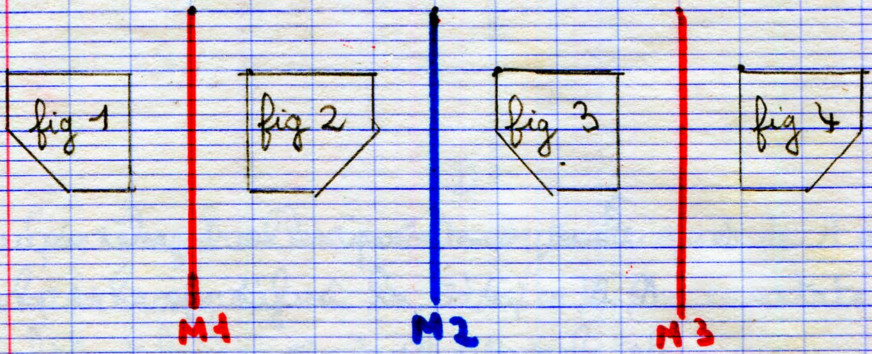
Symétrie d'une figure par rapport à une droite



Pour construire le symétrique de la figure A, B, c, D, E il sufit de chercher le symétrique de chaque point.
La droite R est l'axe de symétrie

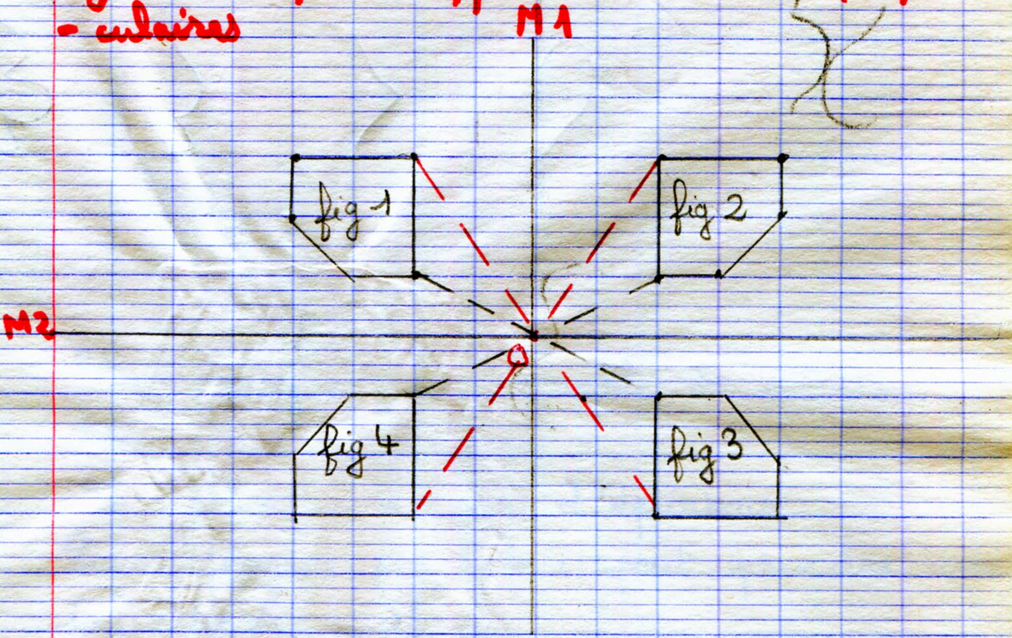


Symétries successives autour d'axes parallèles.



On passe de la figure 1 à la figure 2, puis à la fig 3, puis à la fig 4 - - - par retournement
On passe de la fig 1 à la fig 3, puis à la fig 5 - - -, par translation
On passe de la figure 2 à la fig 4 puis à la fig 6 - - -, par translation.
Si on veut passer de la fig 5 à la figure 8, on emploie retournement + translation

Symétrie par rapport à deux axes perpendi-culaires

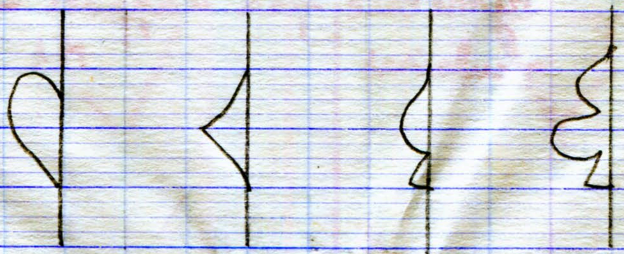


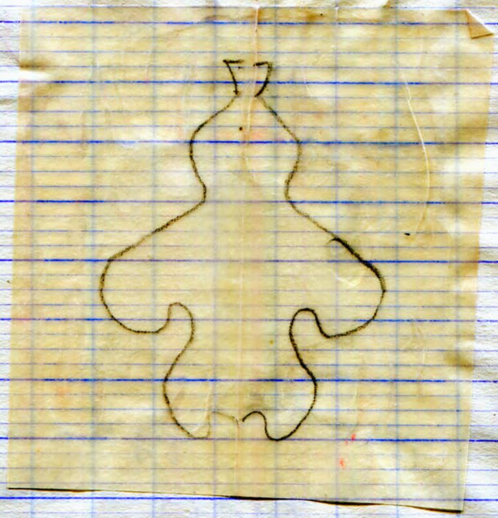
On passe de la fig 1 à la fig 2 puis à la fig 3, puis à la fig 4, puis à la fig 1 par retournements successifs

Le point O est un centre de symétrie, c'est à dire qu'il est à la même distance des points symétriques de chacune de ces figures

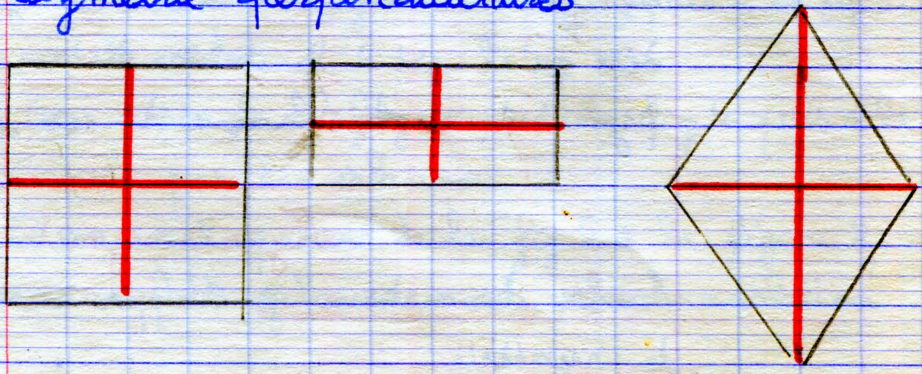
Figures symétriques

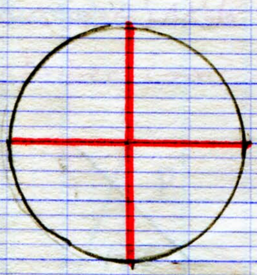
Les as des cartes à jouer par exemple ont un axe de symétrie





Certaines figures réguliaires ont deux axes de symétrie perpendiculaires





Le plan

Un plan est un ensemble de points.

Un plan est infinie.

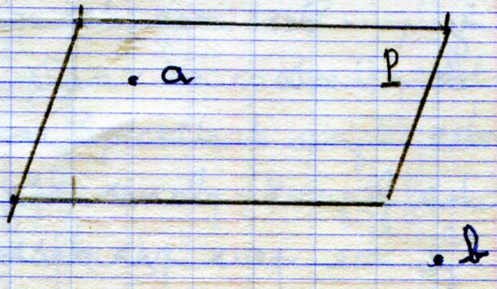
Un plan n'a pas d'épaisseur.

Dans l'éspace un plan peut prendre une infinités de positions

Cherchons quelques plans :

Le plan du plafond, le plan de la table, le plan de l'estrade, le plan du tableau.....

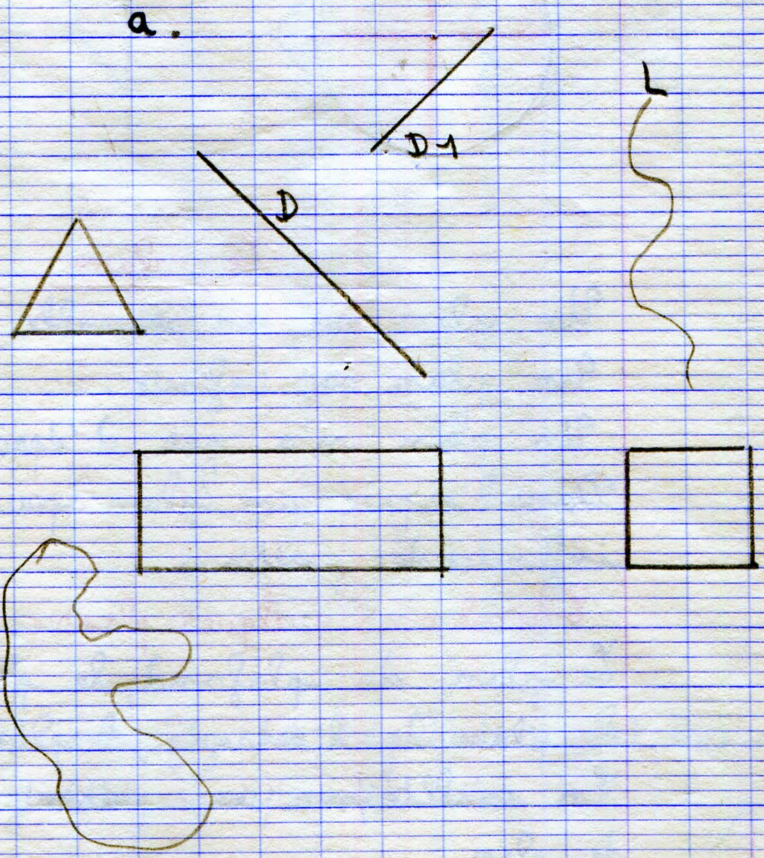
En réalité, on ne représente que des marceaux de plan.



$a \in P$

$b \notin P$

Ce que je peux déssiner sur un plan.



je peux déssiner : ~~des poi~~

des points

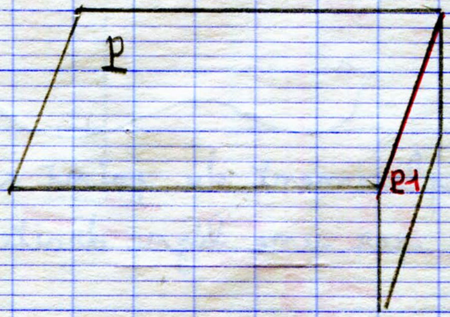
des lignes droites ou courbes

des figures planes régulières ou non régulières

Je ne peux pas déssiner réellement des

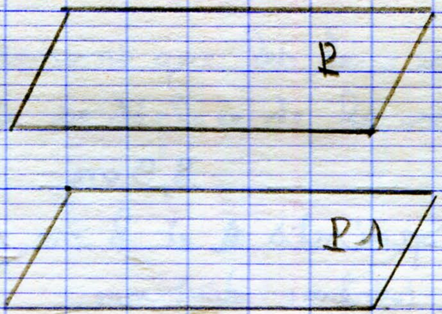
volumes,

Intersection de deux plans



Deux plans différents P et P1 se coupent selon une droite D

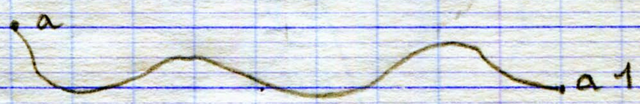
Cas particulier : S'ils ont la même direction, ils sont parrallèles $P \parallel P1$



Si deux plans se coupent selon une droite D et ont en plus un point commun a, les deux plans sont confondus (ils forment un seul plan)

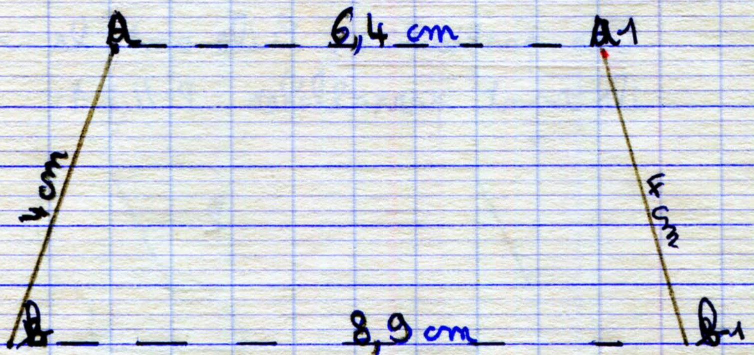
Déplacements dans un plan

Déplacement d'un point dans le plan



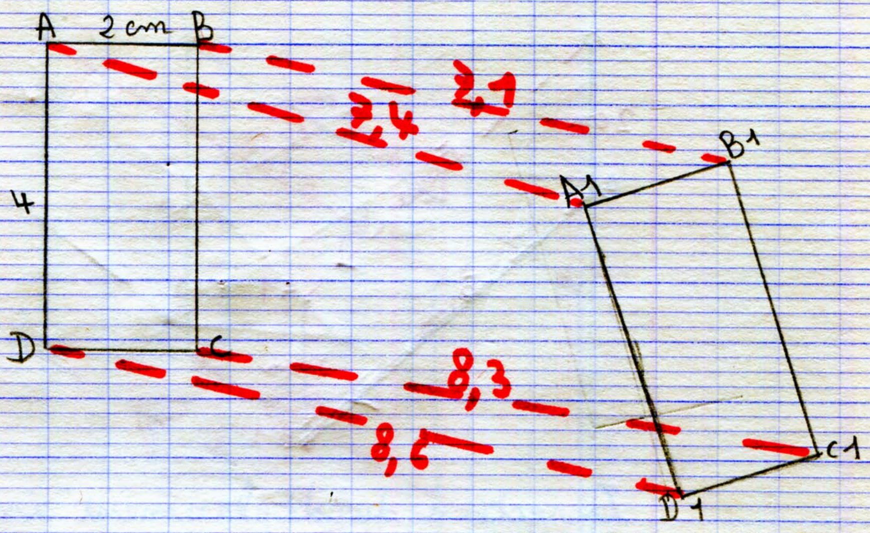
Le déplacement du point a en a1 est matéria-lisé par une ligne droite ou courbe

Déplacement d'une droite dans le plan



Les points A et B ne se sont pas déplacés de la même distance.

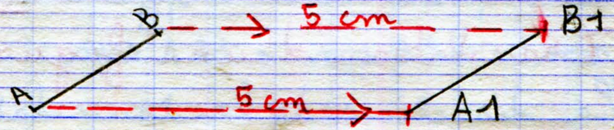
Déplacement d'une figure dans le plan



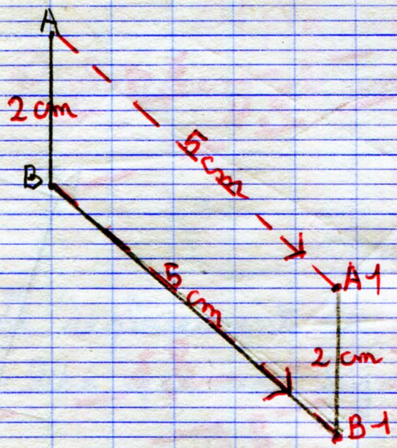
Les quatre sommets A, B, C, D ne se sont pas déplacés de la même distance.

Translation

Convenons que les deux points A et B d'une droite se déplace de la même distance.



Ce déplacement est caractérisé par la droite A A1 et par une distance de 5 cm.
La droite B B1 est parallèle à la droite A A1



Direction du déplacement indiquée par la flèche.

Distance du déplacement = 5 cm

AA1 // BB1

AB // A1B1

mes AA1 = mes BB1

mes AB = mes B1B1

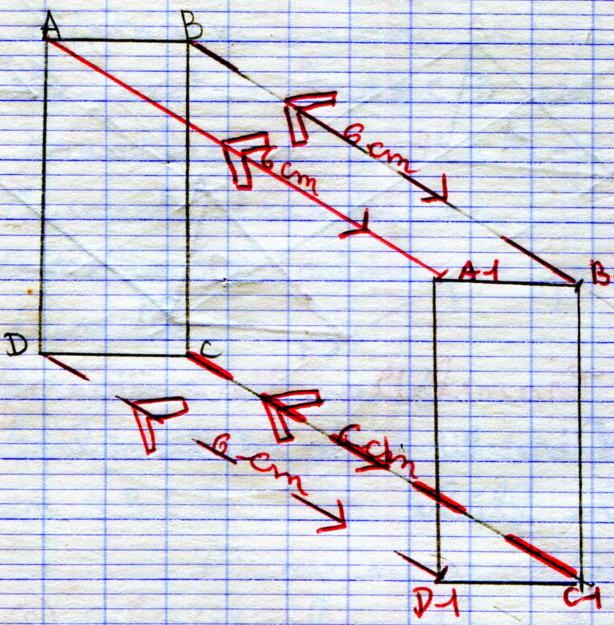
Ce déplacement s'appelle <u>une translation</u>

Translation d'une figure dans le plan.

La direction de la translation est donnée par la flèche.

La distance de translation a pour mesure 6

Le rectangle A1 B1 C1 D1 est la translation du rectangle ABCD



$AB \parallel A1B1 \parallel DC \parallel D1C1.$

$AD \parallel BC \parallel A1D1 \parallel B1C1.$

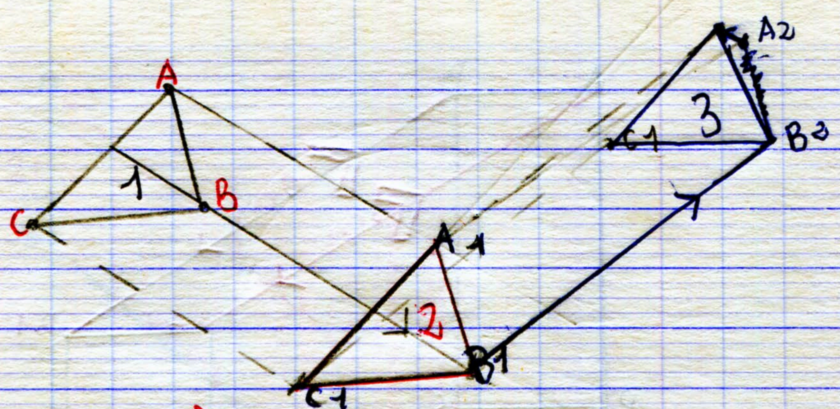
$AA1 \parallel BB1 \parallel CC1 \parallel DD1.$

mes AB = mes DC = mes A1B1 = mes D1C1

mes AD = mes BC = mes A1D1 = mes B1C1

mes AA1 = mes BB1 = mes CC1 = mes DD1

cm.



Translation d'un triangle A B C

Direction de la translation donnée par la flèche

Distance en cm : 4

On a obtenu le triangle 2 A1 B1 C1 puis on a éffectué une deuxième translation.

Direction flèche ~~rouge~~ bleue

Distance en cm : 5

On a obtenu le triangle 3 A2 B2 C2

On s'aperçait que l'on pourrait passer directement par translation du triangle 1 au triangle 3

Translation inverse

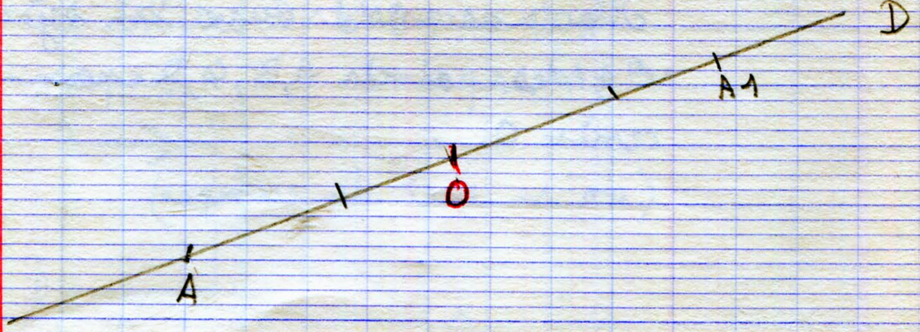
Reprenons le déssin précédent

Direction flèche rouge

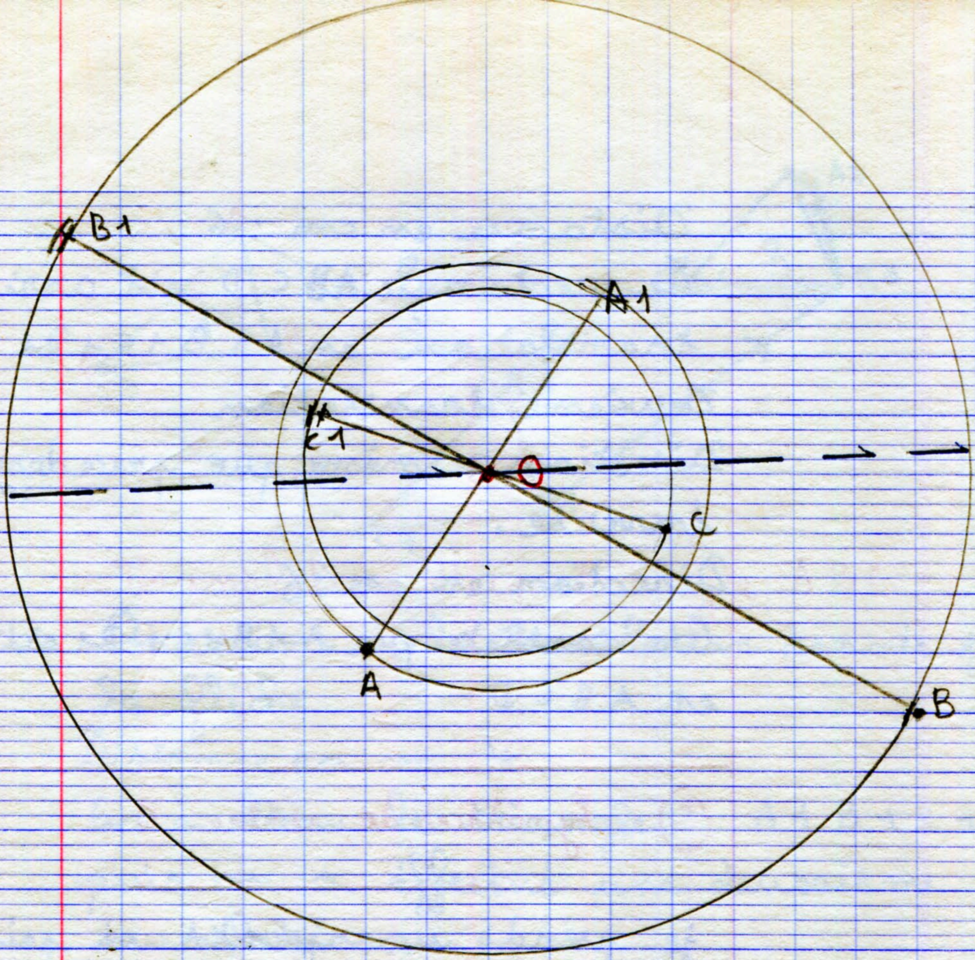
Distance en cm : 6
Le rectangle ABCD est arrivé par translation en A1 B1 C1 D1
Deuxieme translation
Direction = même que précedemment mais inverse.
Direction en cm : 6
On constate que A1 B1 C1 D1 est revenu en ABCD

Symétries de centre O

je prends un point A un point O tels que
A ∈ D et O ∈ D

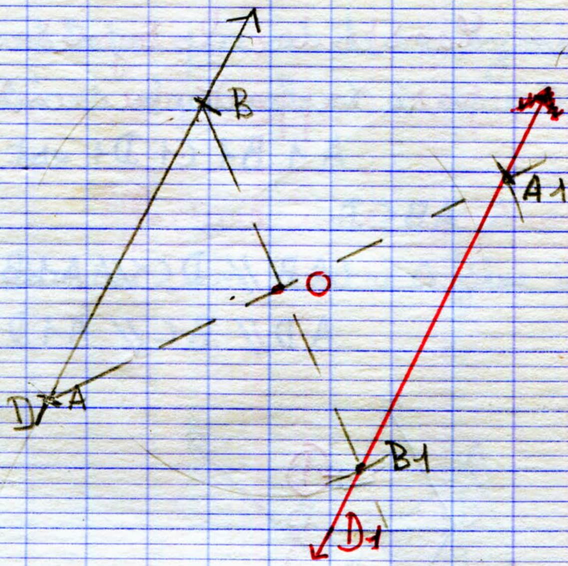


A1 est le symétrique du point A par rapport a O (mesure à l'aide d'un compas)



Nous avons trouvé les symétriques A1, B1, C1 des points A, B, C, ~~D~~ par rapport au centre O.

(on se sert du compas)

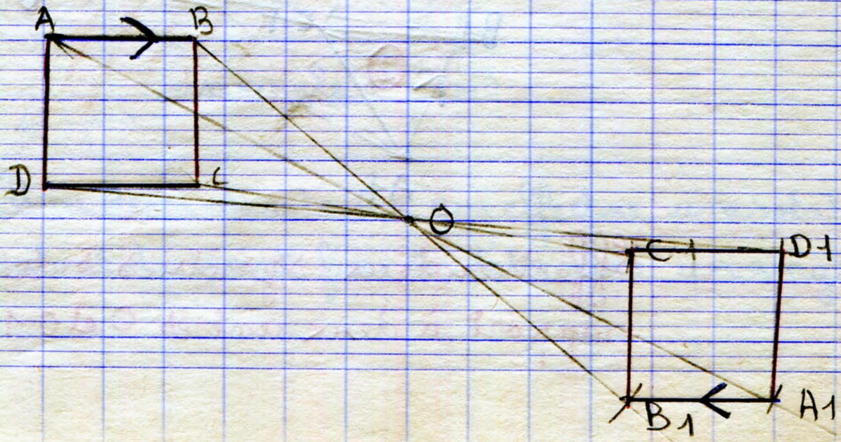


Construire la droite D1 symétrique de la droite D par rapport au centre O

La ~~sens~~ direction de la droite D1 est inverse de la direction de la droite D.

Les droites D et D1 sont //

mesure A B = mesure A1 B1

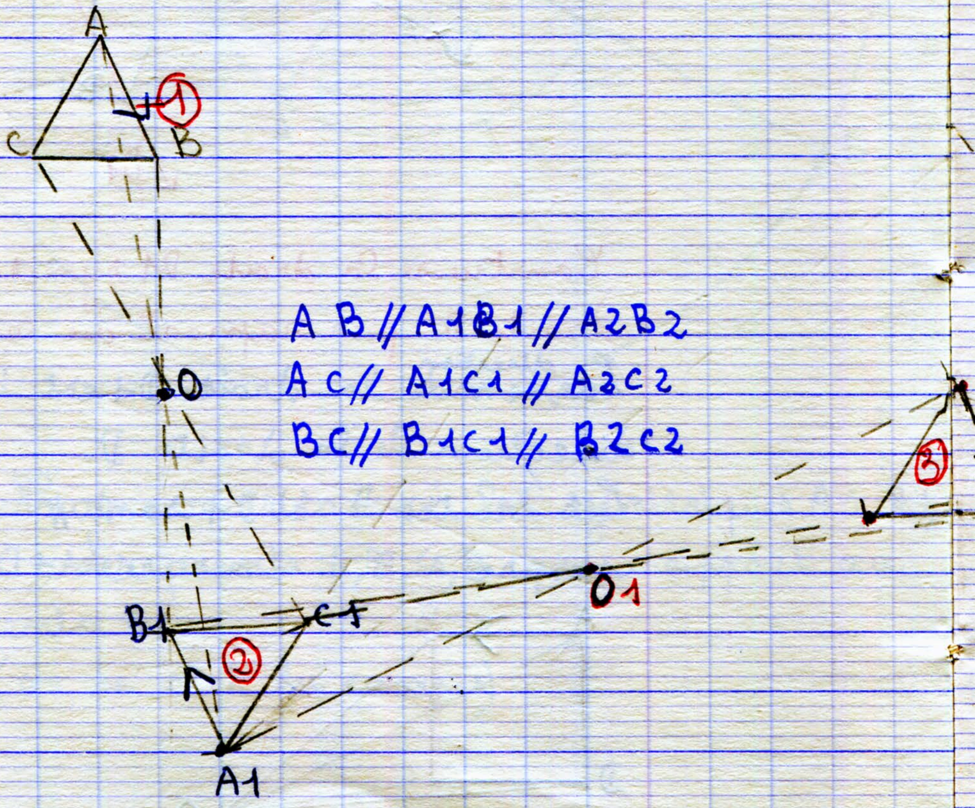


Construire le symétrique du carré ABCD par rapport au centre O

A1 B1 C1 D1 est inversé par rapport à ABCD

AB // DC // A1B1 // D1C1

AD // BC // A1D1 // B1C1



AB // A1B1 // A2B2

AC // A1C1 // A2C2

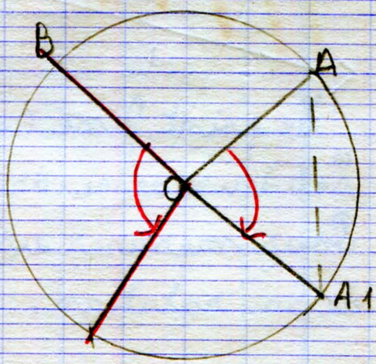
BC // B1C1 // B2C2

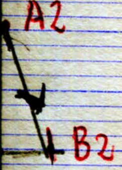
Effectuer deux symétries successives par rapport à deux centres O et O1

On constate que ces deux symétries succéssives équivalent à une translation.

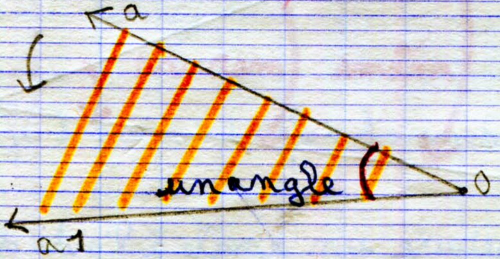
Effectuer une rotation

On choisit un centre O fixe et un point A.

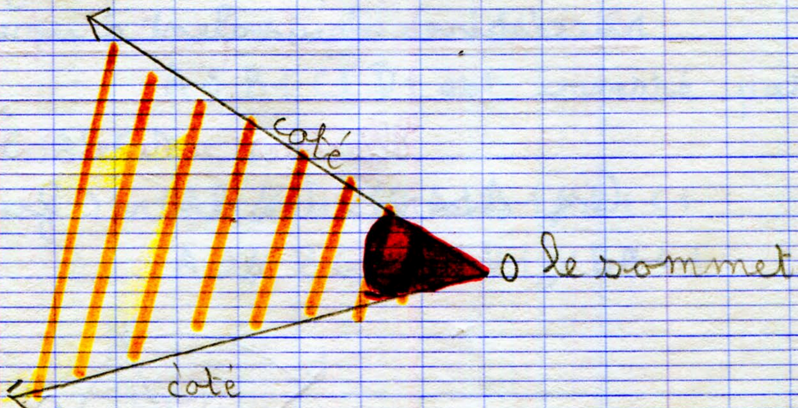




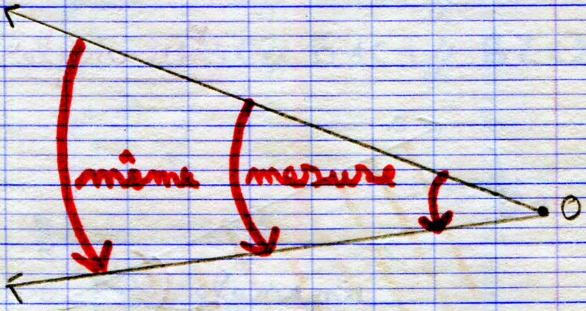
Les angles



Une demi-droite O a qui effectue une rotation autour du point fixe O, détermine un angle.



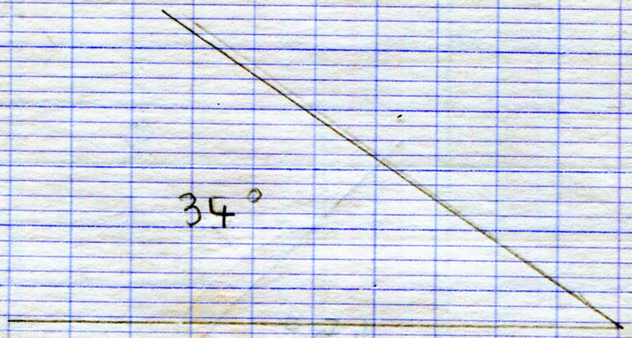
Le point fixe O est le sommet de l'angle.
Les deux demi-droites sont les côtés de l'angle.
Pour mesurer un angle; je prends la mesure de la rotation.

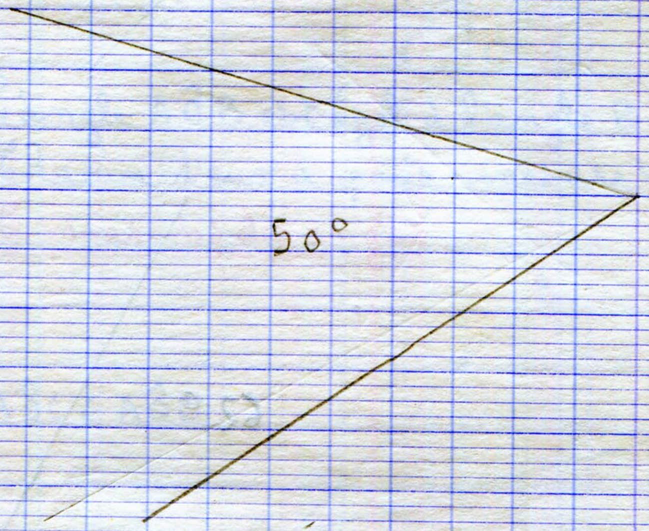


On mesure un angle à l'aide d'un rapporteur.
La mesure s'exprime en degrés 1°

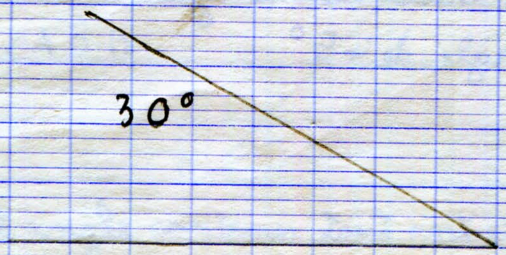
Observons un rapporteur

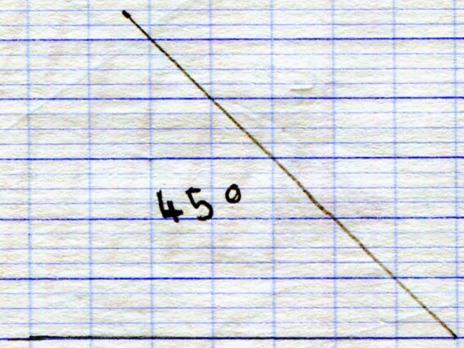
Il est divisé en 180°

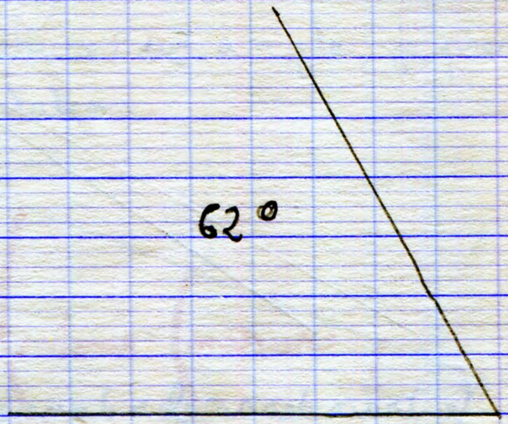




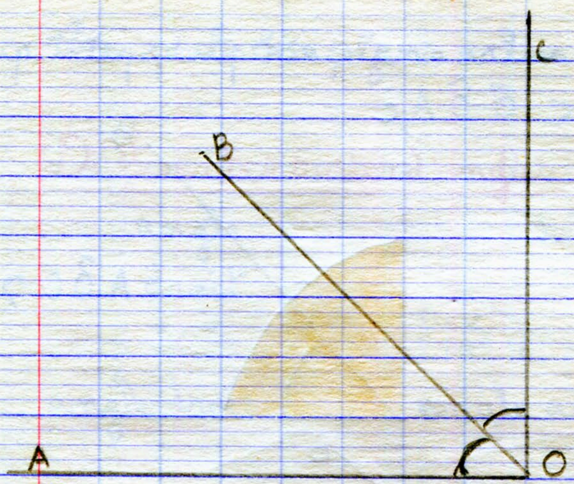
Je trace des angles donnés







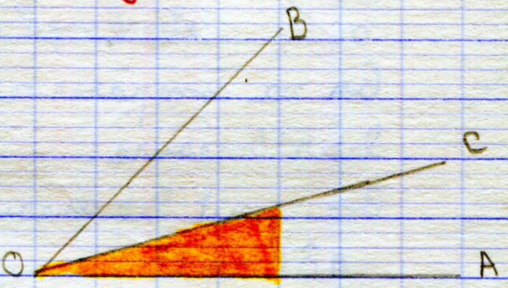
Je trace un angle de 90° et à l'intérieur un angle de 45°



L'angle $A\hat{O}B$ est égal à l'angle $B\hat{O}C$
Chacun d'eux a pour mesure 45°

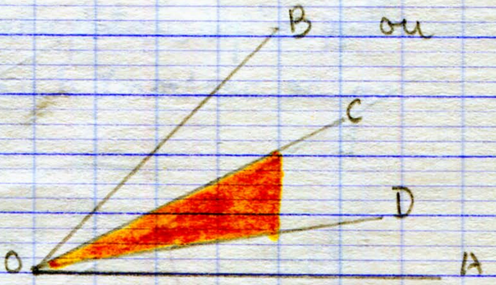
Comparons des angles

$A\hat{O}C < A\hat{O}B$

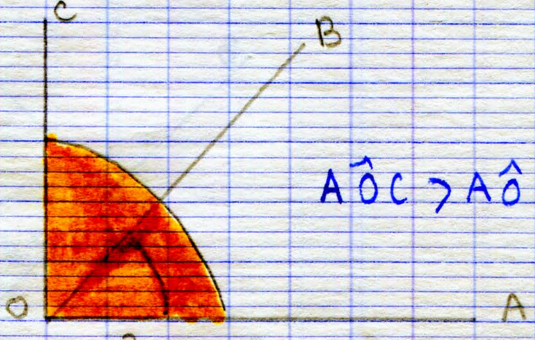


ou

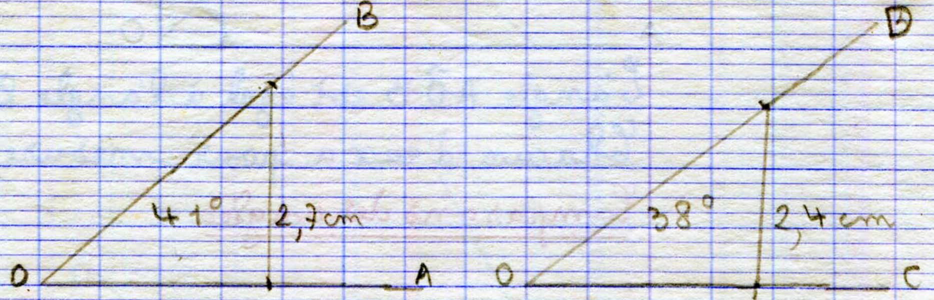
$C\hat{O}D < A\hat{O}B$



Tout angle contenu tout entier à l'intérieur d'un autre angle est plus petit que lui



$A\hat{O}C > A\hat{O}B$

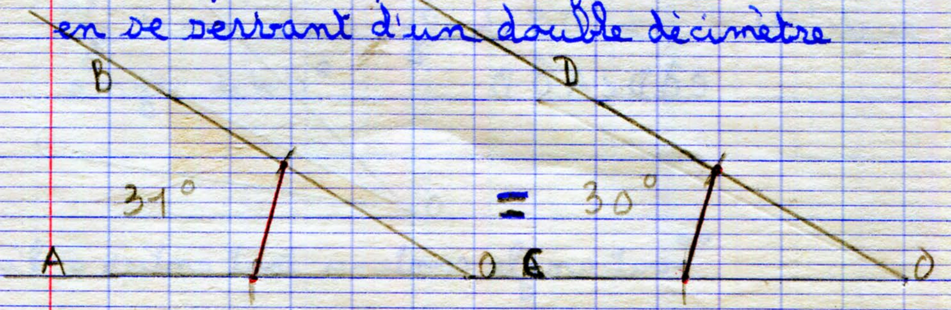


On va comparer ces deux angles en comparant leur mesure.

On peut les mesurer à l'aide d'un rapporteur

$A\hat{O}B = 41°$ $\quad C\hat{O}D = 38°$ $\quad A\hat{O}B > C\hat{O}D$

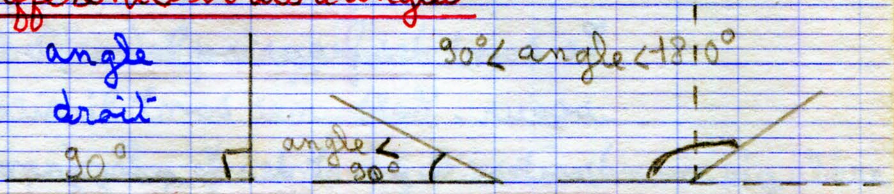
On a peu comparer en formant des triangles, en se servant d'un double décimètre



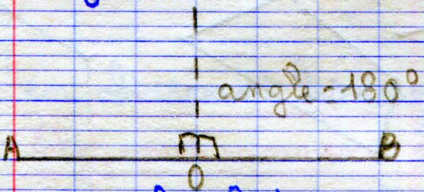
On peut comparer à l'aide d'un compas

$A\hat{O}B > C\hat{O}D$

Différentes sortes d'angles

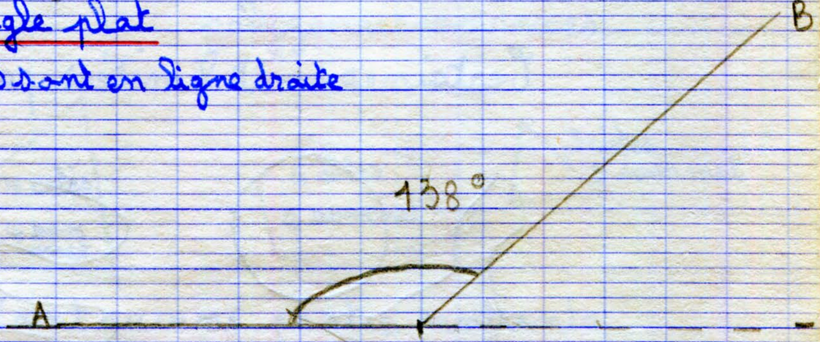


angle droit   angle aigu   angle obtus

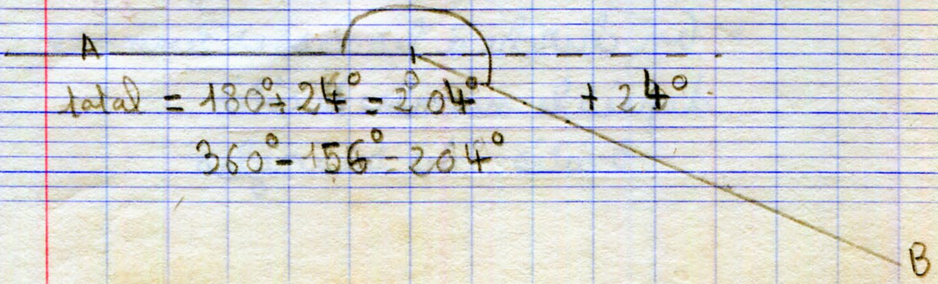


angle plat

Les côtés sont en ligne droite



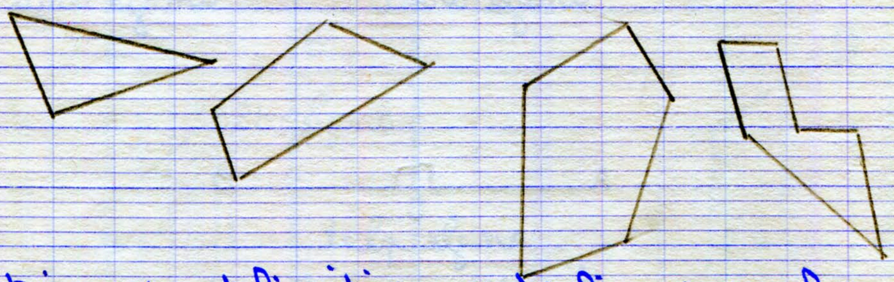
Tout angle plus petit que 180° s'appelle un angle saillant



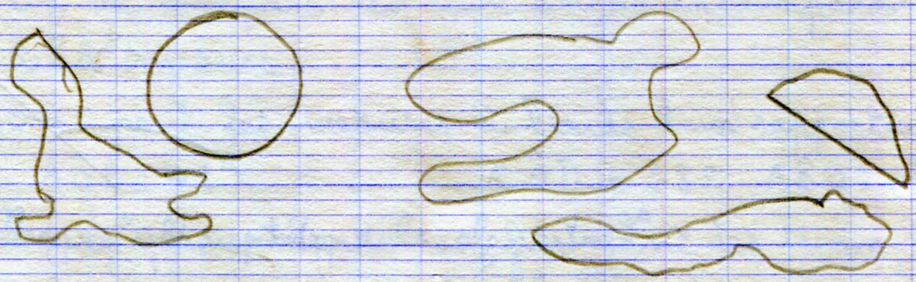
Tout angle plus grand que 180° est un angle rentrant

Observons des figures

Ce sont des figures planes, sans aucune épai-sseur. Certaines sont limitées par des lignes droites : ce sont des de polygones



Certaines sont limitées par des lignes courbes



Observons des polygones

On cherche à les classer :

d'après le nombre de côtés

3 cotés des triangles

4 côtés des quadrilatères
5 côtés des pentagones
6 côtés des hexagones
8 côtés des octagones
_ _ _ _ _ _ _ _ ect

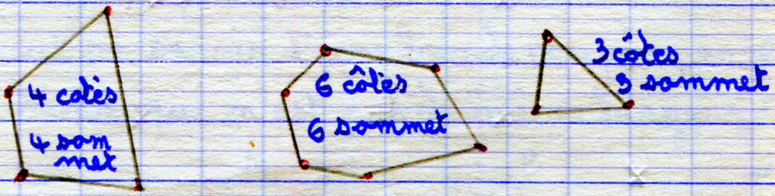
d'après la forme régulière ou non régulière

en observant les côtés | égaux ou non égaux
| parallèles ou non parallèles

en observant les angles : droit ou non droit

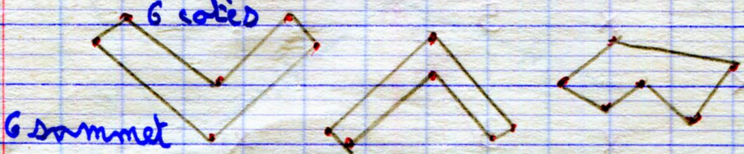
Polygones convexes et non convexes

polygones convexes



Ils n'ont aucune partie rentrante

Polygones non convexes



N°	non polygones	polygones	nombre de côtés	côtés //	côtés non parallèles	côtés égaux	angles côtés non égaux	angles droits	angles non droits
1		x	4	2+2		4		x	x
2		x	4	2			x	1	
3		x	3		x	2			x
4		x	4	2+2		4		4	
5		x	4		x		x		x
6		x	4	2+2		2+2		4	
7		x	4	2			x		x
8		x	4	2+2		2+2			x
9		x	4		x		x	1	
10		x	4	2+2		2+2			x
11		x	8	8	2x4		8		x
12	x								
13		x	4		x		x		x
14	x								
15		x	4		x	2+2			x
16		x	3		x		x	1	
17		x	5		x		x		x
18	x								
19		x	3		x		x		x

Les quadrilatères

Le parallélogramme

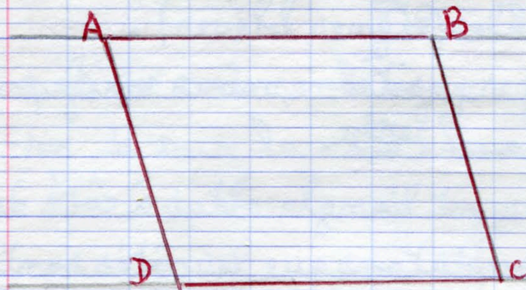
losange

trapeze rectangle — C'est une figure à 4 cotés.

triangle isocele — Les côtés sont parallèles 2 par 2

carré

Construction



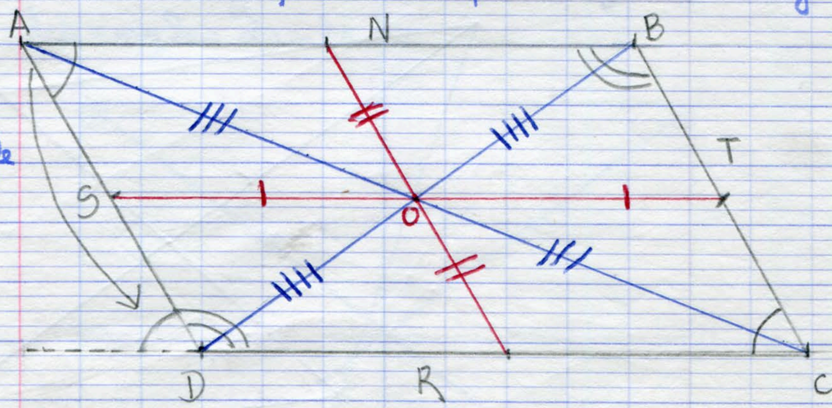
rectangle

prallélograme

parallélograme — On se sert de 2 droites parallèles coupées par 2

octogone régulier — autres droites parallèles.

On peut se servir d'une bande coupée par une autre bande qui n'est pas de même largeur.



triangle rectangle

côtés AB // DC coté AD // BC

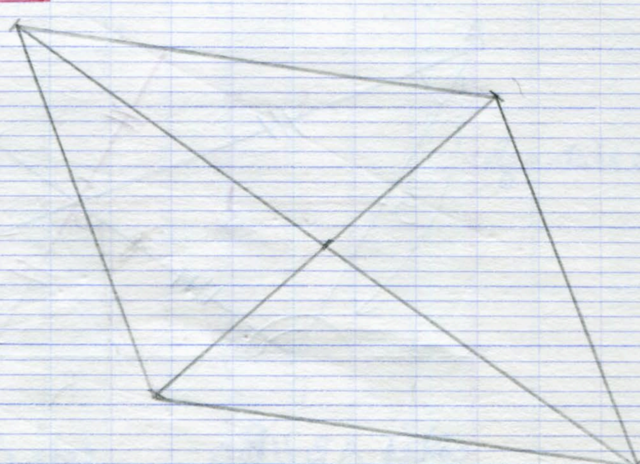
Ce parallélogramme a deux axes de symétrie (lignes rouges). Ces deux axes se coupent au centre de symétrie O.

Ce point O est le milieu des axes de symétrie ou médianes. Il est également le milieu des diagonales (lignes bleues).

Par superposition, nous vérifions que les angles sont égaux 2 à 2.

En plaçant l'angle obtus à côté de l'angle aigu, nous constatons que les côtés sont en ligne droi-te, donc forment un angle plat = 2 angles droits ou 180°

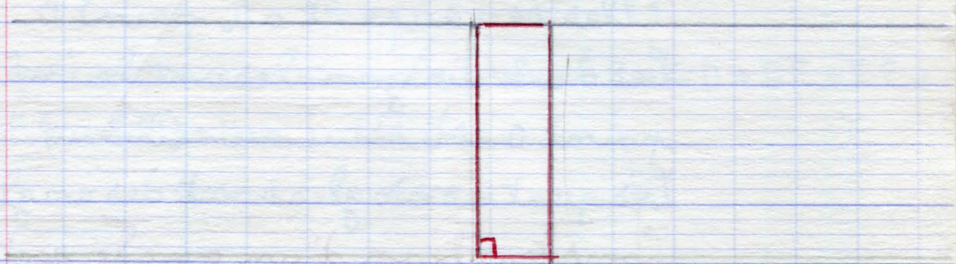
Donc la somme des 4 angles a pour mesure 4 angles droits.



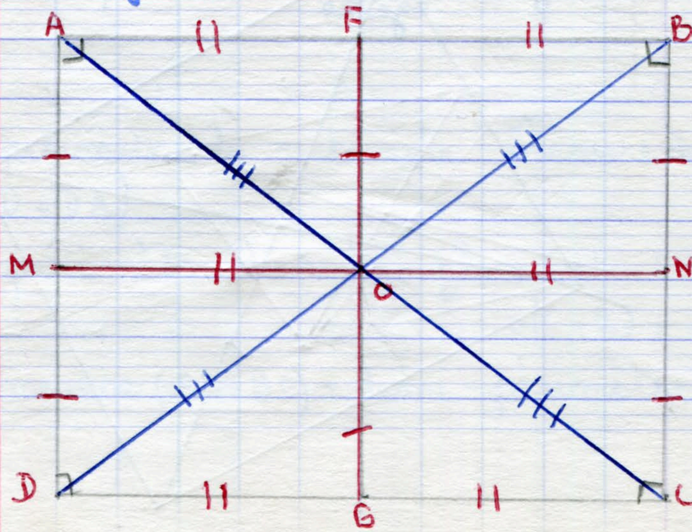
On peut construire un parallélogramme à partir de ses diagonals inégales se coupant en leur milieu

Le rectangle

Construction. Deux bandes qui ne sont pas de même largeur. La 2ème bande se -ra ⊥ sur la 1ère bande.



Le rectangle est un parralélograme ayant des angles droits.

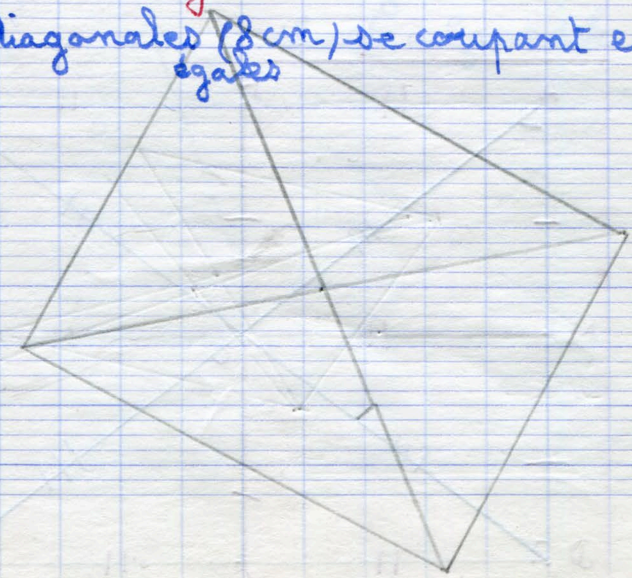


Observons côté AB // côté DC
côté AD // côté BC
mesure AB = mesure DC (Longueur)
mesure AD = mesure BC (largeur)

Traçons les axes de symétrie ou médianes MN et FG.
Ils se coupent au point O, centre de symétrie.
Traçons les diagonales AC et BD.
Elles se coupent au point O.
Les deux diagonales ont la même mesure. Le point O est situé au milieu.
Les quatres angles sont des angles droits.

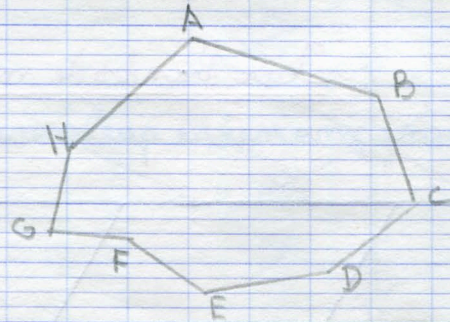
Construction d'un ~~angle~~ rectangle à partir de ses diagonales:

2 diagonales (8 cm) égales se coupant en leur milieu

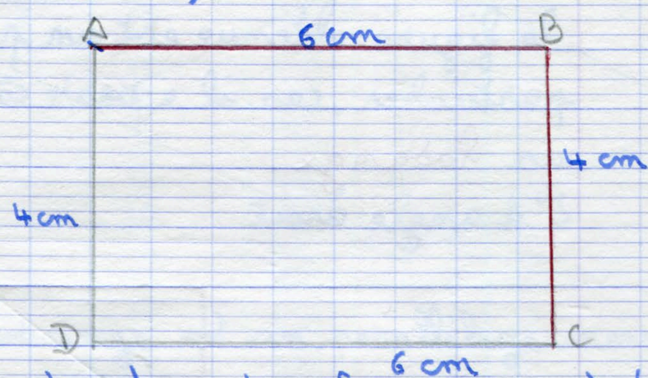


Périmètre du rectangle

Le prérimètre est la mesure du pourtour d'une figure.



perimètre = mesure de (A B + B C + C D + D E + E F + F G + G H + H A)



perimetre du rectangle = mesure de (A B + B C + C D + D A)

perimètre du rectangle $= 6 + 4 + 6 + 4$

$= (6 + 4) \times 2$

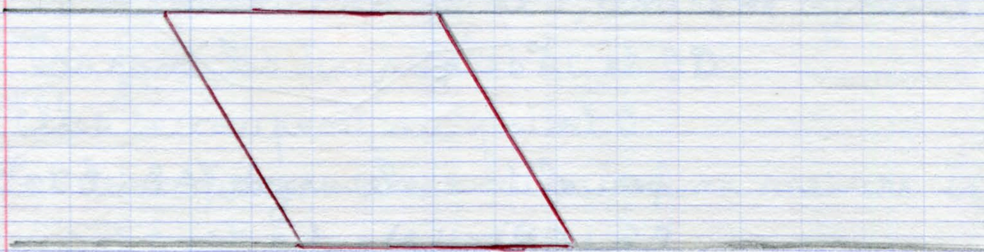
mesure (AB + BC) = demi - périmètre

périmètre = (demi périmètre) x 2

périmètre du rectangle	= (longueur + largeur) x 2

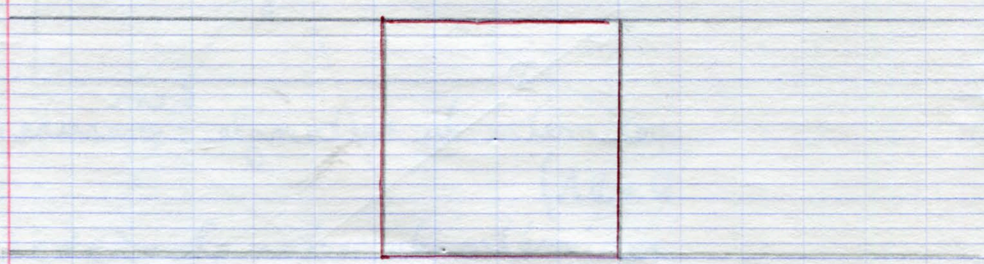
Deux bandes de même largeur se coupent

1° D'une manière quelconque



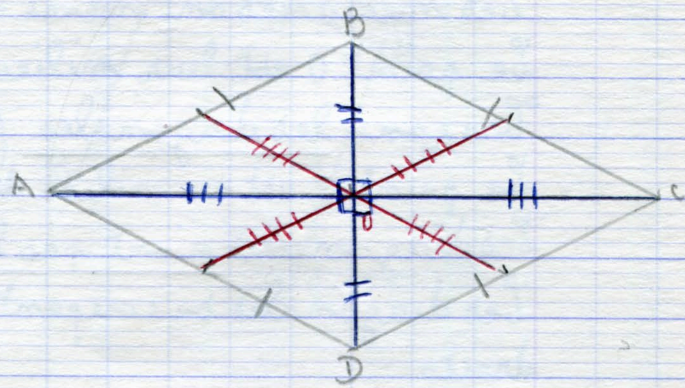
la figure obtenue est un parallélogramme particulier, car il a ses 4 côtés égaux : c'est un losange.

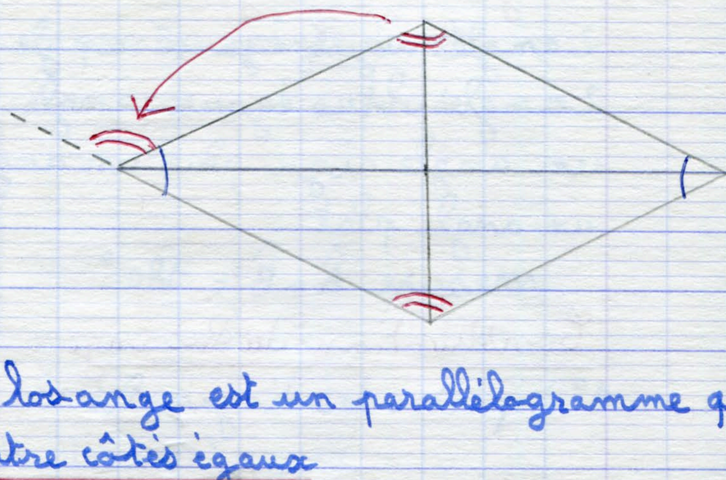
2° à angle droit



la figure obtenue est un carré

Le losange





Le losange est un parallélogramme qui a ses quatre côtés égaux

AB // DC AD // BC

mesure AB = mesure BC = mesure CD = mesure DA.

On trace les axes de symétrie ou médianes

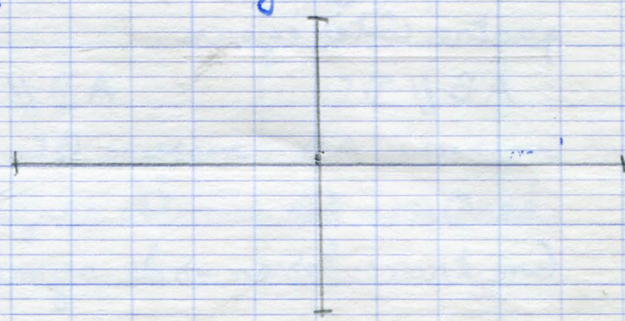
(lignes rouges)
Elles se coupent au point O, centre de symétrie.
Les médianes ont même mesure que le côté
Le point O est leur milieu
Traçons les diagonales (lignes bleues)
Le point O est au milieu des diagonales.
Les diagonales n'ont pas la même mesure
Les diagonales se coupent en formant 4 angles droits

Angles du losange

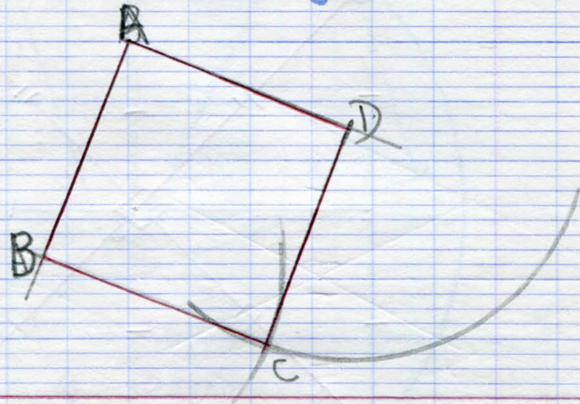
2 angles aigus ègaux : angle $\hat{A}$ = angle $\hat{C}$
2 angles obtus ègaux : angle $\hat{B}$ = angle $\hat{D}$
un angle aigu plus un angle obtus forment un angle plat
mesure $\hat{A} + \hat{B} = 180°$

Construction du losange

1° à partir des diagonales



2° à partir des côtés égaux



Le carré

Construction : Deux bandes de même largeur se coupant à angle droit.

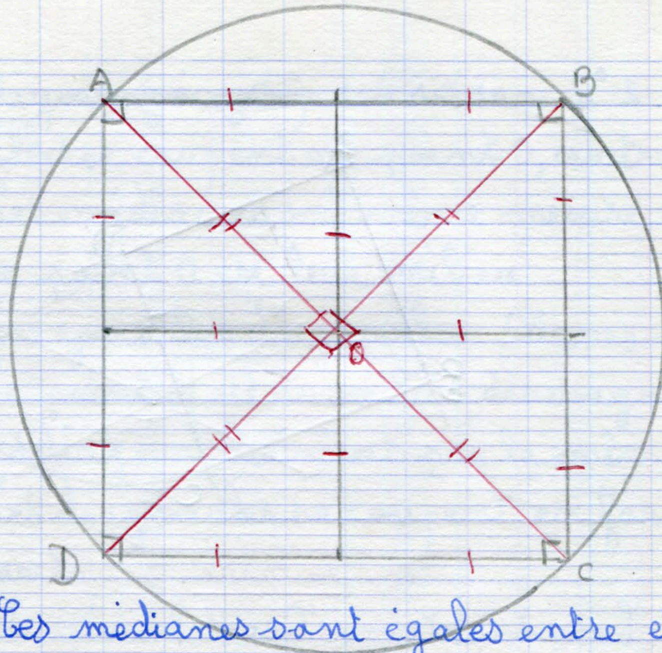
Propriétés :

Les 4 côtés sont égaux

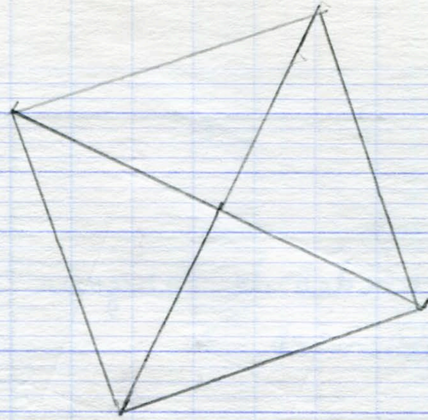
mesure AB = mesure BC = mesure CD = mesure DA.

Les 4 angles sont des angles droits

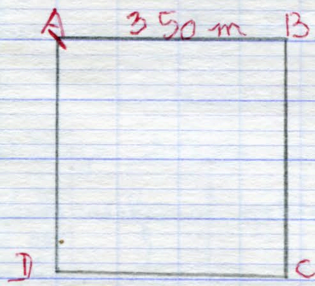
Traçons les axes de symétrie ou médianes



Les médianes sont égales entre elles; elles ont même mesure que le côté.
Le point O, centre de symétrie, est situé au milieu de chacune d'elles.
Les médianes se coupent en formant 4 angles droits.
Traçons les diagonales
Elles sont égales entre elles et se coupent en leur milieu O
Elle se coupent en formant 4 angles droits.
Construction à partir des diagonales



Périmètre du carré



mesure périmètre (en m) 350 x 4 = 1400

$\boxed{\times 4} \rightarrow$

mesure du côté	périmètre
45	180
28,5	114,~~0~~
93	372
21,05	84,2

j

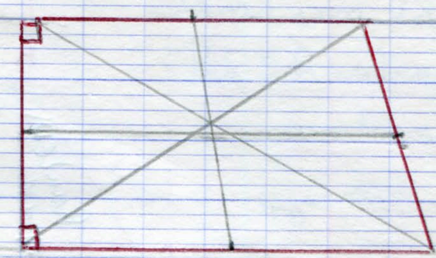
$\leftarrow \boxed{:4}$

	se coupent en oblique	se coupent ⊥
2 bandes de largeur différentes	parallélogramme	rectangle
2 bandes de même largeur	losange	carré

	côtés égaux	côtés ⊥	angles ⊥	médiannes se coupent au milieu	diggonales égales	diagonales se coupent au milieu	diagonales ⊥
parallélogramme	2 + 2			x		x	
rectangle	2 + 2	x	x	x	x	x	
losange	4			x		x	x
carré	4	x	x	x	x	x	x

Le trapèze rectangle

C'est un quadrilatère, Il a 2 côtés //, non égaux.



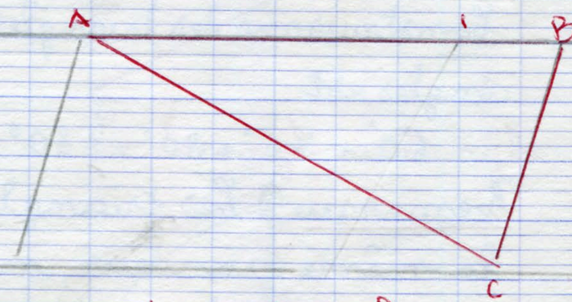
Il a 2 angles droits.

O n'est plus un centre de symetrie

Triangles

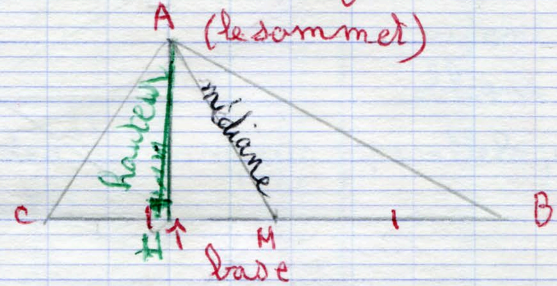
Si on partage, selon une diagonale, un quadrilatère régulier en 2 parties, on obtient 2 triangles égaux.

1°) je partage en 2 parties un parallélogramme



J'obtiens un triangle quelconque

Le triangle quelconque

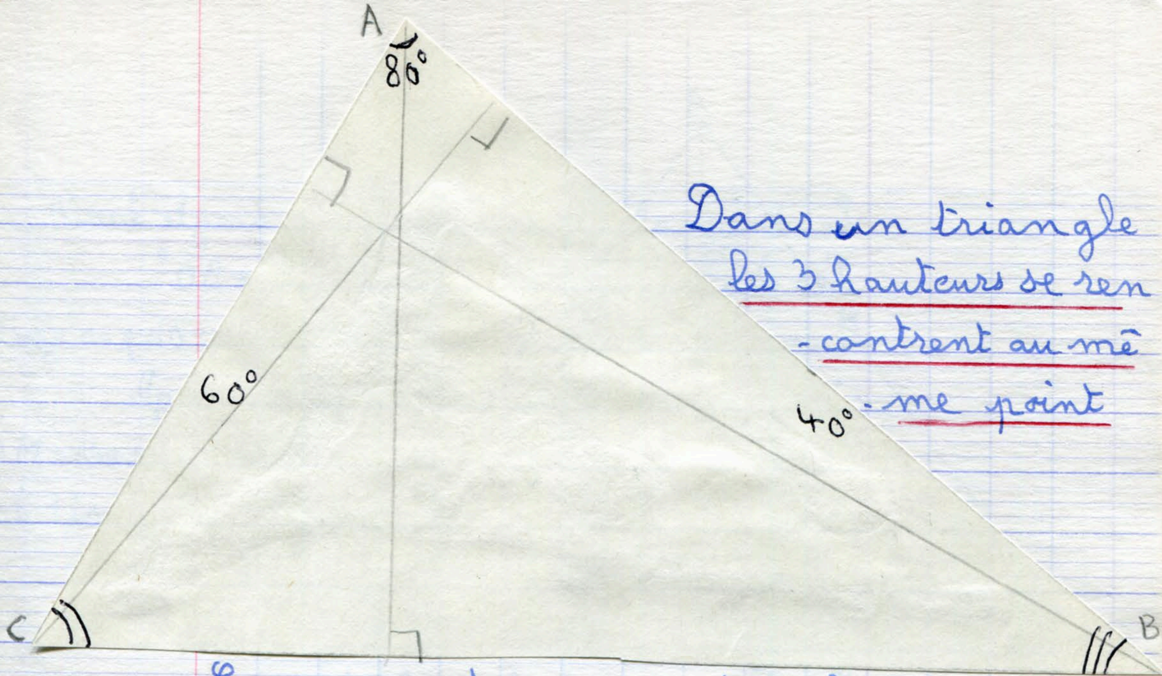


Le triangle a trois côtés et 3 angles non égaux.
La médiane AM partage la base en deux moitiés égales.
La droite AH ou hauteur est perpandiculaire sur la base.
Etant la moitié d'un parallélogramme, la som-met des 3 angles d'un triangle a pour mesure 180°

Construisons des triangles dont la mesure des angles est :

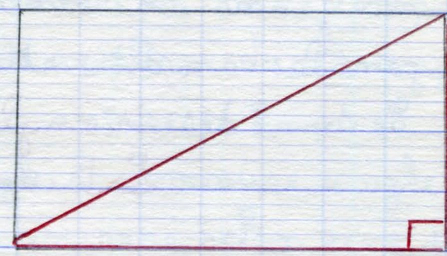
$$60° + 40° + 80° = 180°$$

Remarque : Les triangles obtenus n'ont pas la même grandeur, mais ils ont tous la mê-me forme et leurs côtés sont parallèles

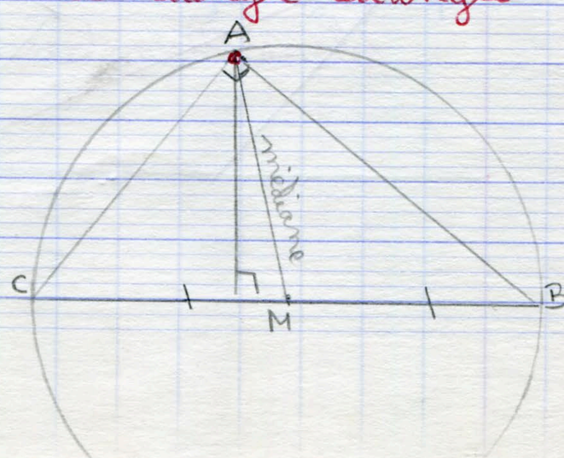


Dans un triangle
les 3 hauteurs se ren
-contrent au mê
-me point

Coupons en deux un rectangle selon une des ses diagonales : on obtient 2 triangles ègaux qui sont des triangles rectangles



Le triangle rectangle



Le triangle rectangle a un angle droit

Les deux autres angles $\hat{C} + \hat{B} = 90°$

Si on trace la médiane AM, on s'aperçoit que c'est une demi diagonale du rectangle.

Donc mesure MC = mesure MB = mesure MA

Donc le triangle rectangle est inscrit dans un cercle de centre M

Traçons la hauteur AH.

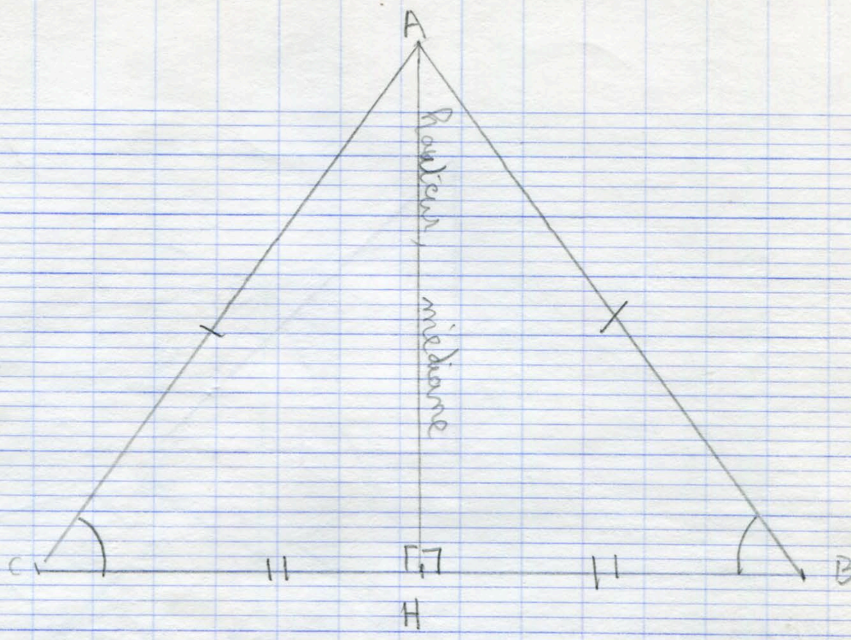
Les deux côtés de l'angle droit sont aussi des hauteurs.

Les 3 hauteurs se rencontrent au sommet A

Partageons un losange selon une de ses diagonales : on obtient 2 triangles égaux.

Ce sont des triangles isocèles

Le triangle isocèle



Le triangle isocèle a 2 côtés égaux

mesure AB = mesure AC

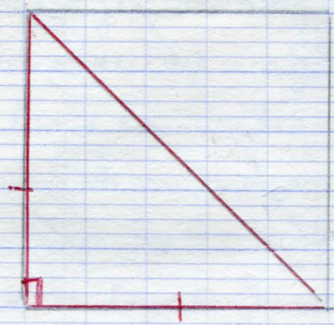
La médiane AH est en même temps la hautèur.

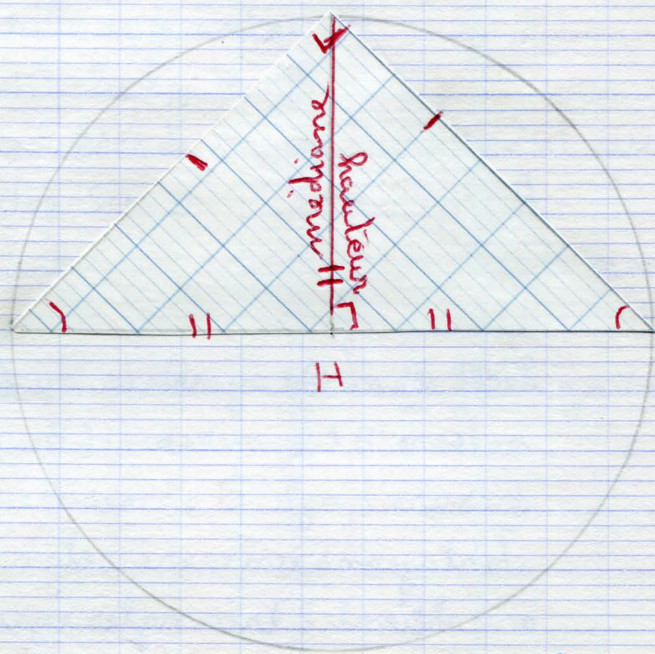
C'est l'axe de symétrie du triangle.

mesure HC = mesure HB

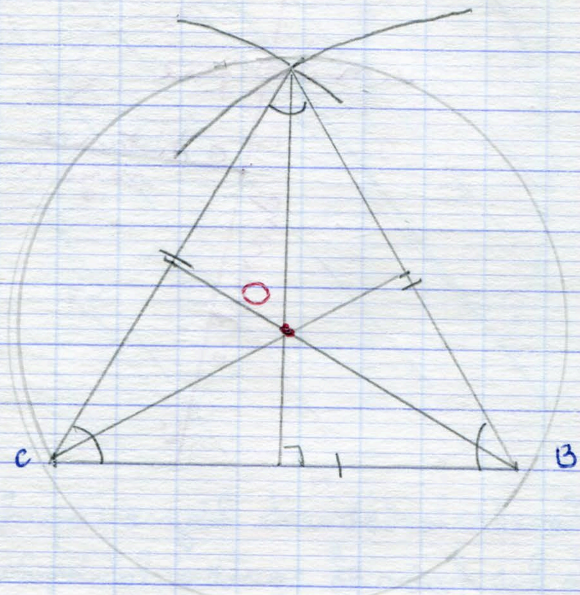
mesure angle $\hat{C}$ = mesure angle $\hat{B}$

Partageons un carré selon une de ses diagonales on obtient 2 triangles égaux qui sont des triangles rectangles isocèles





On peut construire un triangle ayant ses 3 côtés égaux : c'est un <u>triangle équilatéral</u>



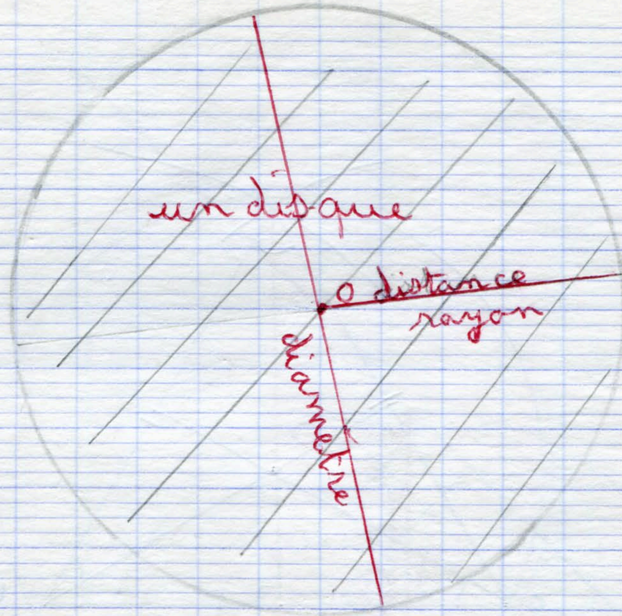
Les 3 côtés sont égaux

mesure AB = mesure BC = mesure CA

Les 3 angles ont même mesure.

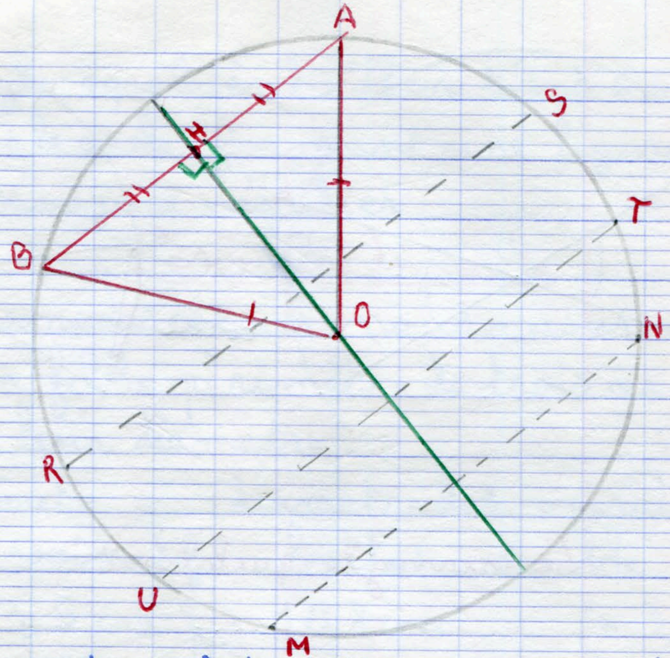
Les hauteurs - médianes se coupent au point O qui est un centre de symétrie

Le cercle et le disque



Le cercle est une ligne courbe fermée dont tou-s les points sont à la même distance du centre O.
La surface limitée par le cercle s'appelle un dis-que

Axes de symétrie dans le cercle
On trace deux rayons quelquonques OA et OB.
On joint AB, on obtient un triangle isocèle.
L'axe de symétrie de ce triangle est un diamètre.
Ce diamètre est ⊥ sur AB et il passe au milieu H.
En s'appuyant sur cette propriété, on const

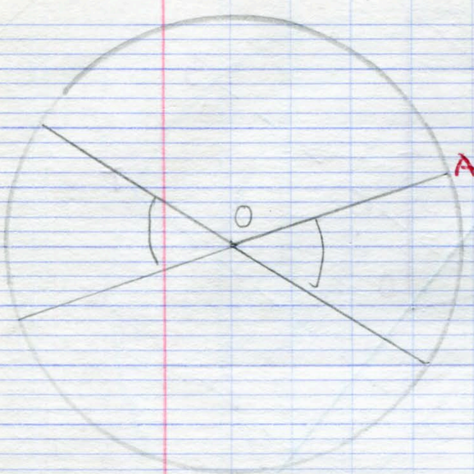


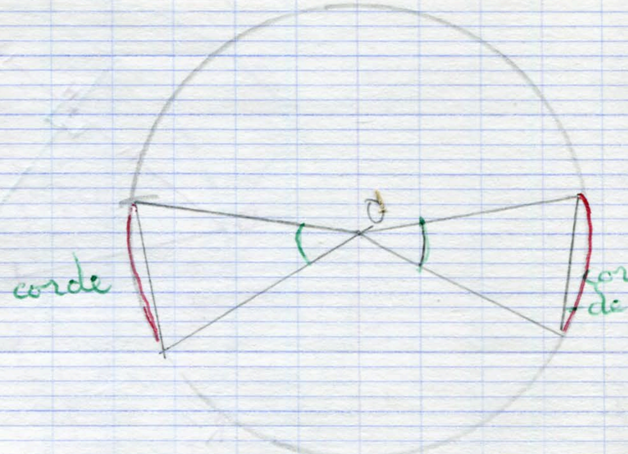
N'importe quel diamètre est un axe de symétrie puisqu'il partage le cercle en deux moitiés égales.

les symétriques des points R, M, T
Toutes les lignes de construction sont //

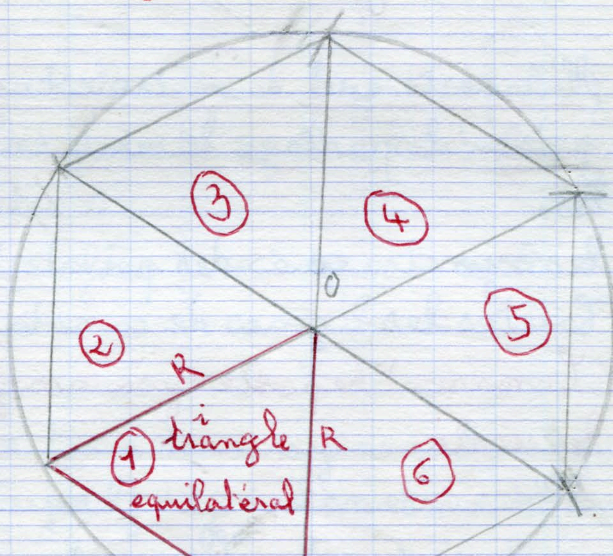
Comment reporter un angle donné dans le cercle

Nous avons ici 2 angles au centre opposés par le sommet. Ils sont égaux. Quand les angles sont égaux, les cordes sont égales et les arcs sont égaux.





Le triangle équilatéral



Construction un triangle dont les 3 côtés ont pour mesure le rayon, nous obtenons un tri-

-angle équilatéral. Il en tient 6 côté à côté dans le cercle, formant une figure à 6 côtés ou héxagone régulier

Périmètre du cercle

Faisons des essaies: nous mesurons à l'aide d'un fil le périmètre de trois cercles ainsi que leur diamètre.

périmètre approximatif	diamètre des boîtes	opérateur proba-ble
33,5 cm	10,8 cm	(x 3,10)
31,5 cm	10,0 cm	(x 3,15)
23,0 cm	7,5 cm	(x 3,06)

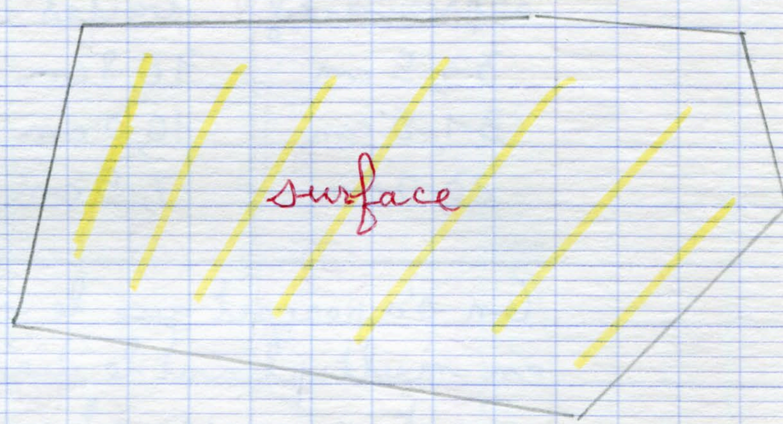
On s'aperçoit que le périmètre s'obtient en multipliant le diamètre par un opérateur un peu plus grand que trois
L'opérateur réel est un nombre à virgule.
nombre $\pi \simeq 3,1416$ - - -
On prendra la valeur 3,14

$\boxed{\text{périmètre du cercle} = \text{Diametre} \times 3,14}$

Diamètre	$\xrightarrow{\times 3,14}$ Périmètre du cercle
(en cm) 10,8	(en cm) 33,912
10	31,4
7,5	23,55

Surface et aires

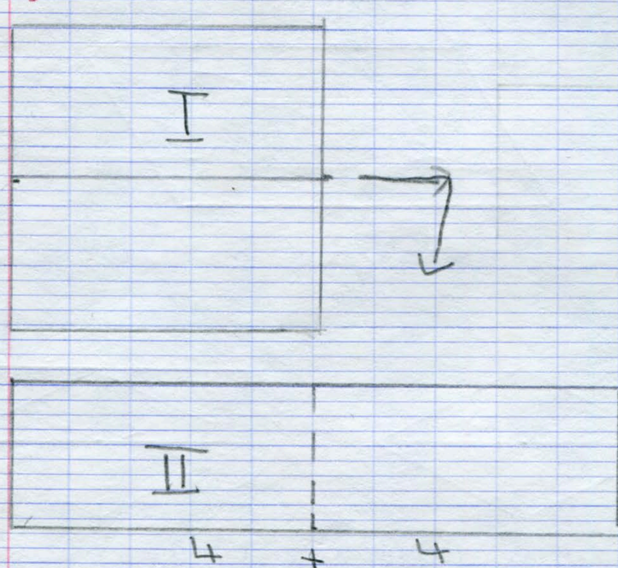
Une surface est une étendue.



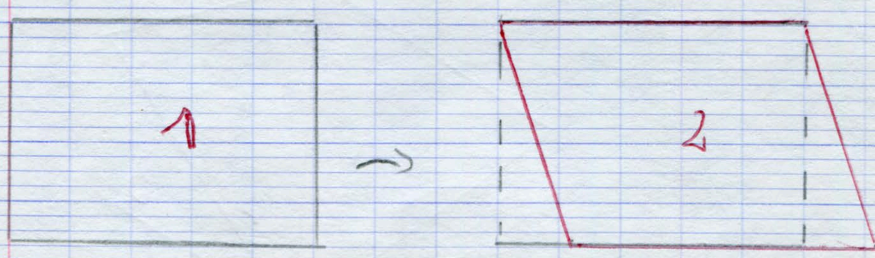
Comparons des surfaces

1) Si elles sont découpées dans le même ma-tériau, on peut les peser. La plus lourde sera aussi la plus grande.
La surface est indépendante de la forme des figures.

2° par comparaison et transformation de figures équivalentes.

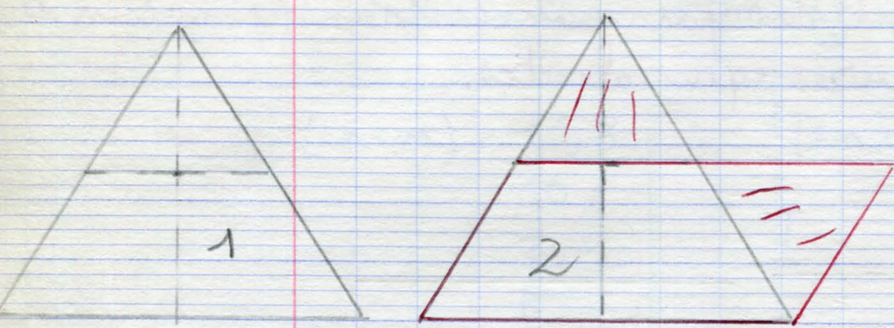


surface carré I = surface rectangle II

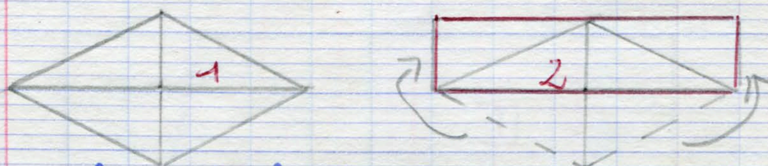


surface rectangle 1 = surface parallélogra-mme 2

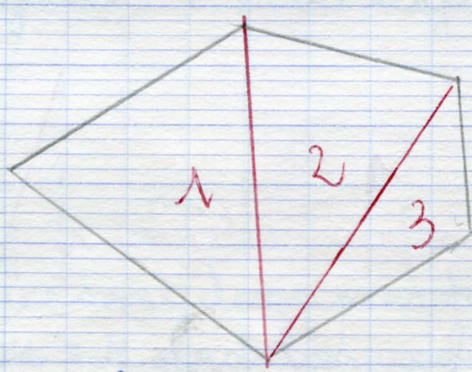
~~Repérage sur une droite~~



surface triangle 1 ≡ surface parallélogramme 2



surface du losange 1 ≡ surface restangle 2

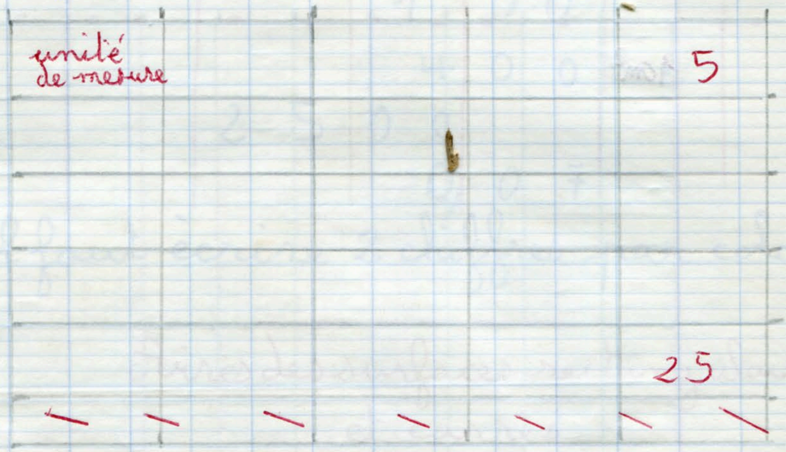


surface polygone ≡ surface triangle 1 + surface triangle 2 + surface triangle 3

Quand deux surface sont équivalentes, on dit qu'elles ont la même aire.

Unités de mesures d'aires

On peut choisir une unité d'aire quelconque



$25 < \text{aire} < 30$

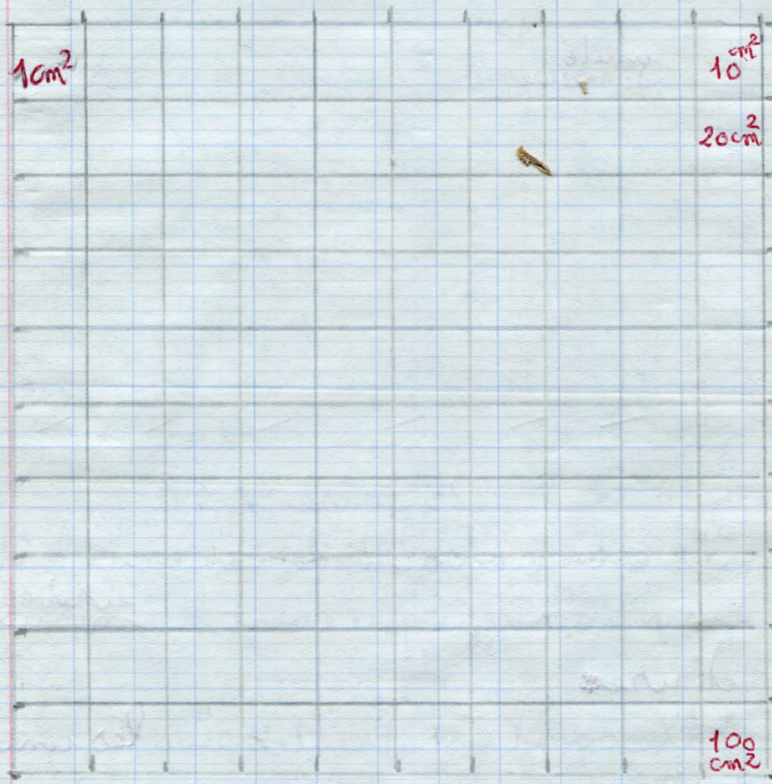
Il est nécessaire de se servir tous des mê-mes mesures qui sont les ~~mesures~~ unités légales d'aire.

Elles sont construites sur les unités de lon-gueur

Il suffit de construire des carrés ayant pour côté les unités de longueur km hm dam m dm cm mm

↓

km^2 hm^2 dam^2 m^2 dm^2 cm^2 mm^2



1 dm^2

1 mm^2

1 cm^2

Dans 1 dm², il y a 100 cm²

De même, dans 1 m², il y a 100 dm²

km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²
. .	. .	. .	. .	. 1	0 0	. .
. .	. .	. .	. 1	0 0	. .	. .
			4	0 0		
		2 5	0 0			
			0,	0 7		

Il faut écrire 2 chiffres par colonne

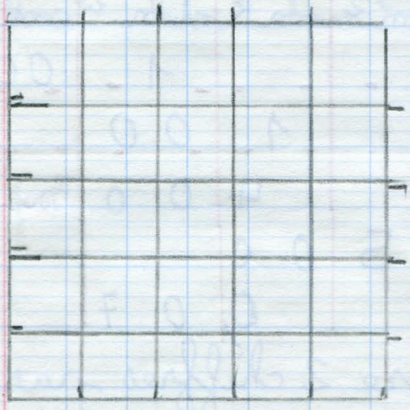
Aires des surfaces rectangulaires et carrés

Unité d'aire = cm²

la longueur et la largeur sont exprimées en cm.

l'aire sera exprimée en cm²

aire (en cm^2) = L x l (en cm



côté (en cm) → (en cm^2)

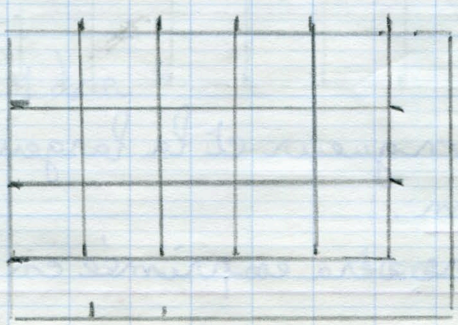
5 x 5 = 25

aire du carré (en cm^2) côte x côte (en cm)

Surfaces rectangulaires

La longueur et la largeur sont expri-mées par des nombres à virgule

L = 5,8 cm   l = 3,7 cm



je prends comme unité d'aire le mm^2

$L = 58$ mm $\quad l = 37$ mm

Aire (en mm^2) $= 58 \times 37 = 2146$

2146 mm^2 $= 21,46$ cm^2

Vérifion

aire (en cm^2) $= 5,8 \times 3,7$ (en cm)

aire en cm^2 $= 21,46$

La formule précédante est toujours juste

Mesures agraires

agraire : famille du mot agricole.

Elles vont servir à mesurer les aires des prés, des champs des bois.....

Ma propriété ~~a une~~ aire de 28 hectares.

Mon jardin a une aire de 15 ares

Le jardin de mon voisin a une aire de 18 ares et 7 centiares.

1 hectare $= 1$ hm^2 (ha)

1 ares $= 1$ dam^2 (a)

1 centiares $= 1$ m^2 (ca)

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
	ha	a	ca			
. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .

j'écris en ha

520 a = 5,2 ha | 857 ca = 0,0857 ha

j'écris en a

63 ha = 630 a | 352 ca = 3,52 a

Calcul d'une dimension d'un rectangle

(en cm) L × l = aire (en cm²)

(en cm) 8 × 5 = 40 (en cm²)

8 × ◻ = 40 ◻ × 5 = 40

l = 40 : 8 L = 40 : 5

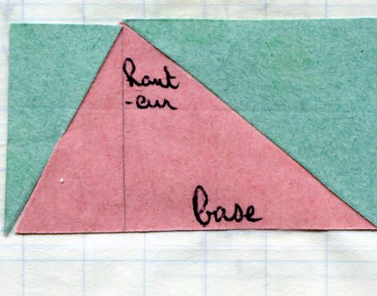
l = 5 L = 8

Attention il faut que les mesures des dimensions et l'aire sont esprimées dans des unités correspondantes

m → m²

cm → cm²

Aire du triangle



Par équivalence, on montre que l'aire d'un triangle est égale à la moitié de l'aire d'un rec-tangle

$$\boxed{\text{aire du triangle (en m}^2\text{)} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} \text{ (en m)}}$$

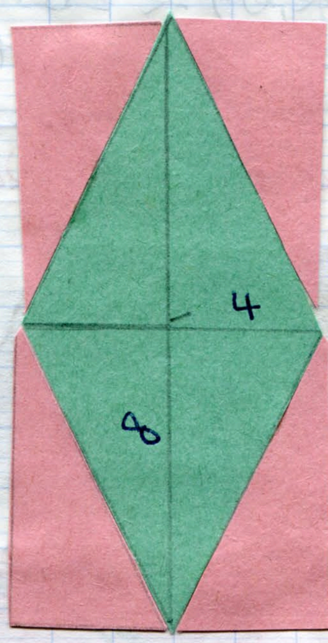
$(4,9 \times 2,5) : 2 = 0$

$12,25 : 2 = 6,125$

Aire du parallélogramme

On voit que l'aire des parallélogramme est équivalente à l'aire d'un rectangle aire du parrallèlogramme (en cm²) = base × hauteur (en cm)

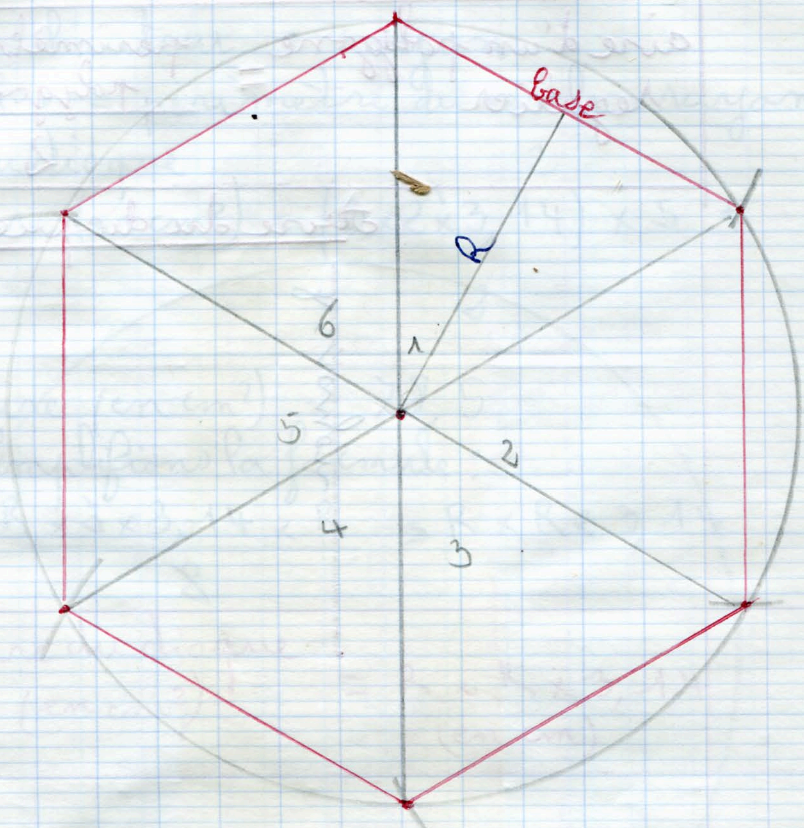
Aire du losange



(en cm) $\frac{8 \times 4}{2} = 16$ (en cm²)

aire du losange en m² = $\frac{\text{grande diagonale (m)} \times \text{petite diagonale (m)}}{2}$

Aire d'un polygone régulier



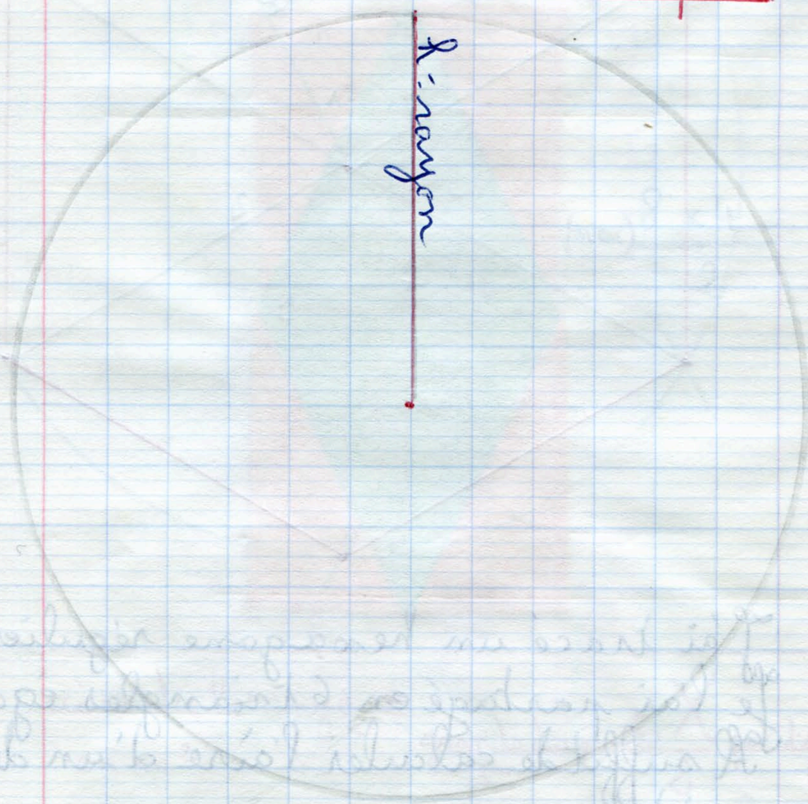
J'ai tracé un hexagone régulier (6 côté)
Je l'ai partagé en 6 triangles égaux.
Il suffit de calculer l'aire d'un des triangle
s et de × par 6

$\left(\frac{\text{base} \times h}{2}\right) \times 6$ = aire de l'exagone

5, $\frac{4{,}5 \times 5}{2} \times 6 = 67{,}5$ (en cm^2)

$$\boxed{\text{aire d'un polygone régulier} = \frac{\text{périmètre du polygone}}{2} \times R}$$

Aire du disque



On considère qu'un cercle est un polygone dont le nombre de côtés est infini.

Le périmètre du polygone = périmètre du cercle.

hauteur = rayon

aire du disque = $\frac{\text{périmètre du cercle} \times \text{rayon}}{2}$

aire (en cm²) = $\frac{(5 \times 2 \times 3{,}14) \times 5}{2}$

aire (en cm²) = 78,5

Simplifions la formule :

$\frac{R \times 2 \times 3{,}14 \times R}{2} = R \times R \times 3{,}14$

aire du disque (en cm²)	= R × R × 3,14 (en cm)

rayon	aire du disque
8 cm	$8 \times 8 \times 3{,}14 = 200{,}96$ cm²
0,7 m	$0{,}7 \times 0{,}7 \times 3{,}14 = 1{,}5386$ m²
12,5 cm	$12{,}5 \times 12{,}5 \times 3{,}14 = 490{,}6250$ cm²

Volumes

De nombreux objets occupent une région dans l'espace. Ils ont une épaisseur, une hauteur. Ce sont des volumes.

Les récipients creux contiennent à l'intérieur un certain volume. On dira qu'ils ont une certaine capacité.

Comparons des volumes

On a séparé les volumes pleins des objets creux.

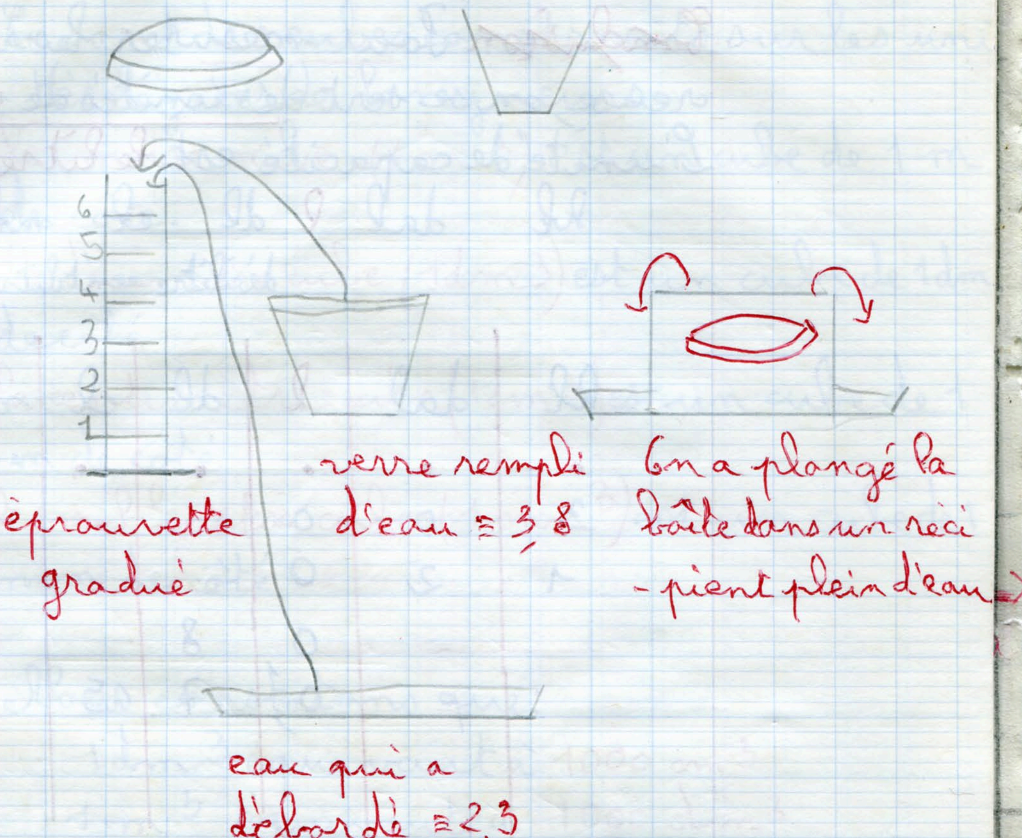
Les objets pleins peuvent se comparer à l'œil, à condition qu'ils soient très diffé-rents.

On aurait pu les peser, s'ils avaient été dans le même matériau.

Il est plus facile de comparer des capa-cités. Il suffit de se servir d'eau ou de sable.

On peut aussi comparer le volume d'un objet plein avec celui d'un objet creux.

Soit à comparer le volume d'un verre avec celui d'une boîte ronde fermée



Conclusion volume de la boîte < volume du verre

Volumes équivalents

Avec 10 cubes semblables, on peut construire des formes différentes, mais qui auront le même volume. ~~des volumes~~ Deux objets de forme différente peuvent avoir des volumes équivalents.

~~Conclusion~~ Pour mesurer les récipients creux on se sert des unités de capacité
L'unité de capacité est le litre (1 l)

hl dal l dl cl ml

décilitre centilitre millilitre

hl	dal	l	dl	cl	ml
•	•	•	•	•	•
3	0	0			
1	2	0			
		0,	8		
		0,	7	5	

3 hl = 300 l
12 dal = 120 l
8 dl = 0,8 l
75 cl = 0,75 l

Unités légales de volume

Ce sont des cubes construits sur les unités légales de longueurs

Le mètre cube (1 m^3) est un cube de 1 m de côté.

Le décimètre cube (1 dm^3) est un cube de 1 dm de côté

Le centimètre cube (1 cm^3) est un cube de 1 cm de côté

Le millimètre cube (1 mm^3) est un cube de 1 mm de côté

Nous constatons que:

1 dm^3 équivaut à 1000 cm^3

1 m^3 équivaut à 1000 dm^3

Donc, le rapport entre deux unités consécutives est de 1000 fois plus grand ou plus petit

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
. . .	. . .	. . .	. . .
	1	000	
1	000		
1	000	000	

écrire en cm^3

$4 \, dm^3 = 4000 \, cm^3$
$25 \, dm^3 = 25000 \, cm^3$
$0,2 \, dm^3 = 200 \, cm^3$
$0,09 \, dm^3 = 90 \, cm^3$

écrire en m^3

$4200 \, dm^3 = 4,2 \, m^3$
$875 \, dm^3 = 0,875 \, m^3$
5
$54 \, dm^3 = 0,054 \, m^3$
$9 \, m^3$ et $5 \, dm^3 = 9,005 \, m^3$

Equivalence entre les mesures de volu-me et les mesures de capacité

On constate l'équivalence

1 litre = $1 \, dm^3$

Si on veut passer des unités de volume aux unités de capacité, il faudra convertir, soit en litres soit en dm^3

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
...	...	...	...
	1		
2	0 0 5		

	hl	dal	l	dl	cl	ml
	.	.	.	.	.	.
			1			
	5	0	0			
	8	5	0			
1	2	0	0			

5 hl = 500 l = 500 dm^3

1,3 m^3 = 1300 dm^3 = 1300 l

85 dal = 850 l = 850 dm^3

4 200 cm^3 = 4,2 dm^3 = 4,2 l

12 hl = 1200 l = 1200 dm^3

2 m^3 et 5 dm^3 = 2005 dm^3 = 2005 l.

Observations d'un solide cubique

C'est aussi un cube, un pavé

Le cube a 6 faces

Toutes ces faces sont des carrés

Il a une dimension unique, l'arête, qui sert de longueur, de largeur et de hauteur

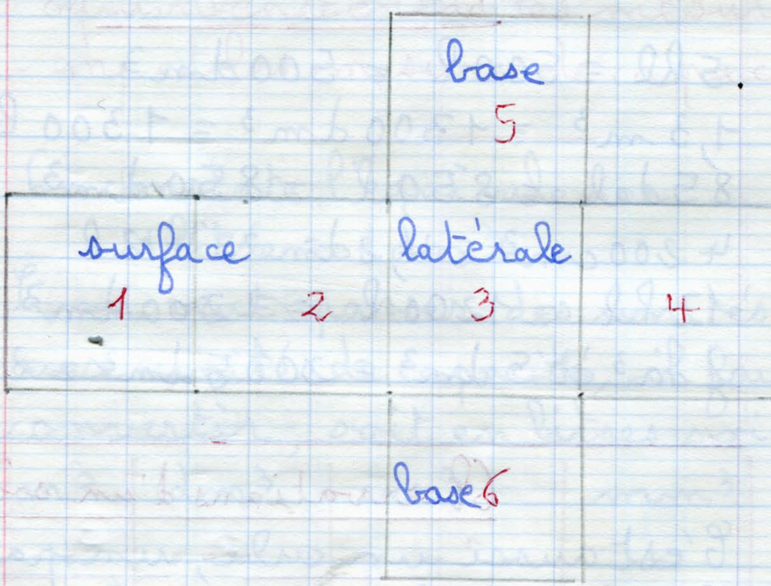
-ur

exemple : un cube de 2,5 cm d'arrête
un cube de 10 cm d'arrête

Le cube a 12 arrêtes semblables.

Développement du pavé cubique

C'est la représentation à plat



J'ai construit un cube de 5 cm d'arête
Quelle aire de papier, exprimée en cm^2, ai-je utilisée

$(5 \times 5) \times 6 = 150$

j'ai utilisé 150 cm² de papier

Volume du cube

arête	nombres de cube	volume
1 cube	1 cube	$1 \times 1 \times 1$
2 cubes	8 cubes	$2 \times 2 \times 2$
3 cubes	27 cubes	$3 \times 3 \times 3$
4 cubes	64 cubes	$4 \times 4 \times 4$
5 cubes	125 cubes	$5 \times 5 \times 5$
8 cubes	512 cubes	$8 \times 8 \times 8$
10 cubes	1000 cubes	$10 \times 10 \times 10$

volumes (en cm³) = arête × arête × arête (en cm

volume (en dm³) = arête × arête × arête (en dm

volume (en m) = arête × arête × arête (en m

je calcule les volumes des pavés cubique-s suivants :

un cube de 12 cm d'arête

$12 \times 12 \times 12 = 1728$ (en cm³) un cube de 6,2 dm d'arête

$6,2 \times 6,2 \times 6,2 = 238,328$ (en dm^3)

un cube de 0,45 m d'arête

$0,45 \times 0,45 \times 0,45 = 0,091125$ (en m^3)

La boîte rectangulaire ou parallélépipède rectangle

C'est un volume dont toutes les faces sont des rectangles.

Il a six faces qui sont égales 2 par 2

Pour le définir, il faut connaître trois dimensions :

la Longueur (L)

la largeur (l)

la hauteur ou épaisseur (h)

exemple : une boîte d'allumettes

dimensions en cm : L = 8

l = 5,5

h = 3,4

La boîte a 12 arêtes, semblables 4 par 4.

Je recouvre les 12 arêtes de papier scotch.
Quelle longueur totale, exprimée en cm, utiliserai-je

$(8 \times 4) + (5,5 \times 4) + (3,4 \times 4) = \square$
$32 + 22 + 13,6 = 67,6$ (en cm)

Développement de la boîte rectangulaire

sur la feuille de dessin

Quelle est l'aire du papier utilisé pour la boîte d'allumettes? (unité cm²)

Les faces 1 + 2 + 3 + 4 forment un rectangle dont les dimensions sont : le périmètre de base
la hauteur

$27 \times 3,4 = 91,8$

aire de l'une des bases : L × l

$8 \times 5,5 = 44$

aire des deux bases

$44 \times 2 = 88$

aire totale exprimée en cm^2

$91{,}8 + 88 = 179{,}8$

Volume de la boîte rectangulaire

unité employée	L	l	h	nombre de cubes employés	volume
cube unité	5	3	2	30	$5 \times 3 \times 2$
cube unité	6	2	3	36	$6 \times 2 \times 3$
cube unité	4	3	5	60	$4 \times 3 \times 5$
cm	8	5	6	—	$8 \times 5 \times 6 = 240$
m	2	1,5	0,8	—	$2 \times 1{,}5 \times 0{,}8 = 2{,}4$ (en

$$\boxed{\text{volume de la boîte rectangulaire} = L \times l \times h}$$

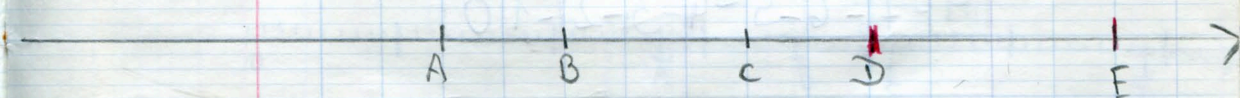
Les dimensions L, l, h doivent être expr-imées dans la même unité

dimensions en cm → volume en cm^3

dimensions en m → volume en m^3

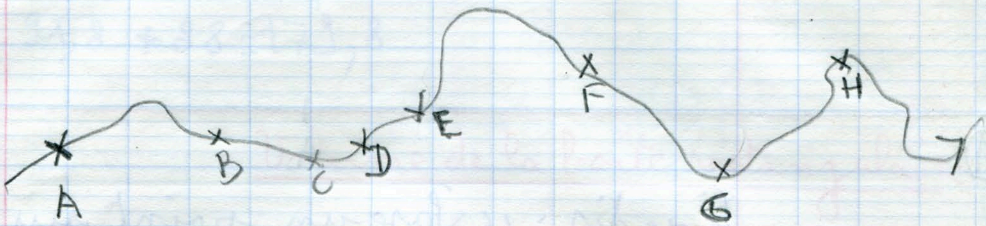
Repèrage sur une droite

Si je dis : « Pose un point sur cette droite »
Il y a une infinité de réponses
Je choisis un point A sur cette droite :
dois
c'est l'origine
Si je dis « Fais 3 pas sur cette droite à partir de A », j'ai deux réponses possi-bles.
Je vais donc choisir une direction à l'aide d'une flèche.
On dit que ma droite est orientée



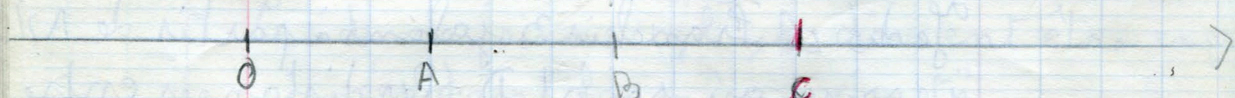
Je dis « Franchis 3 jalons à partir de A » j'arrive au point D. Les distances entre les jalons ne sont pas toutes équidist-antes

Cas d'une ligne courbe :



Chaque village représente une étape

////	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	2	3	4	5	6	7
B	-1	0	1	2	3	4	5	6
C	-2	-1	0	1	2	3	4	5
D	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
E	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
F	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
G	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
H	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0

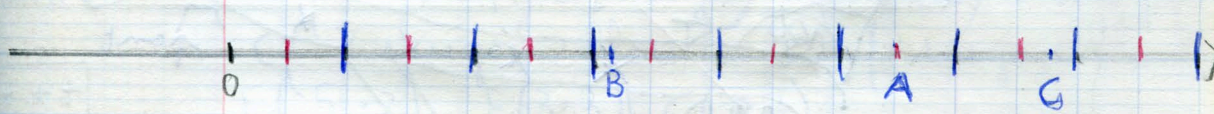


Si je dis « Fais trois pas, à partir de O dans le sens de la flèche » j'ai une infi

-nité de réponses.
Je vais donc convenir d'une mesure

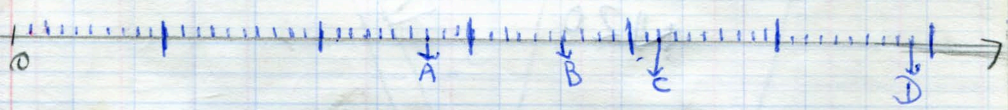
Je trace une droite orienté, avec des repères équidistants

A (5) B (3) C (6) D (7 - 1)
E (5 - 2)

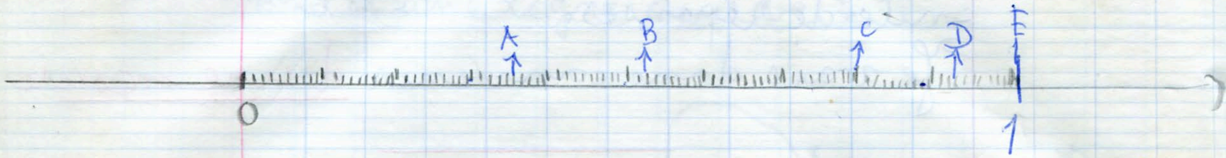


A (entre 5 et 6) Je trouve une infinité de répon-ses

A (5,5) B (3,2) C (6,8)



A = (2,7) B (3,6) C (4,2) D (5,9)
Si je disais E (3,7 5) il faudrait répartager chaque petite division en 10 parties éga-les

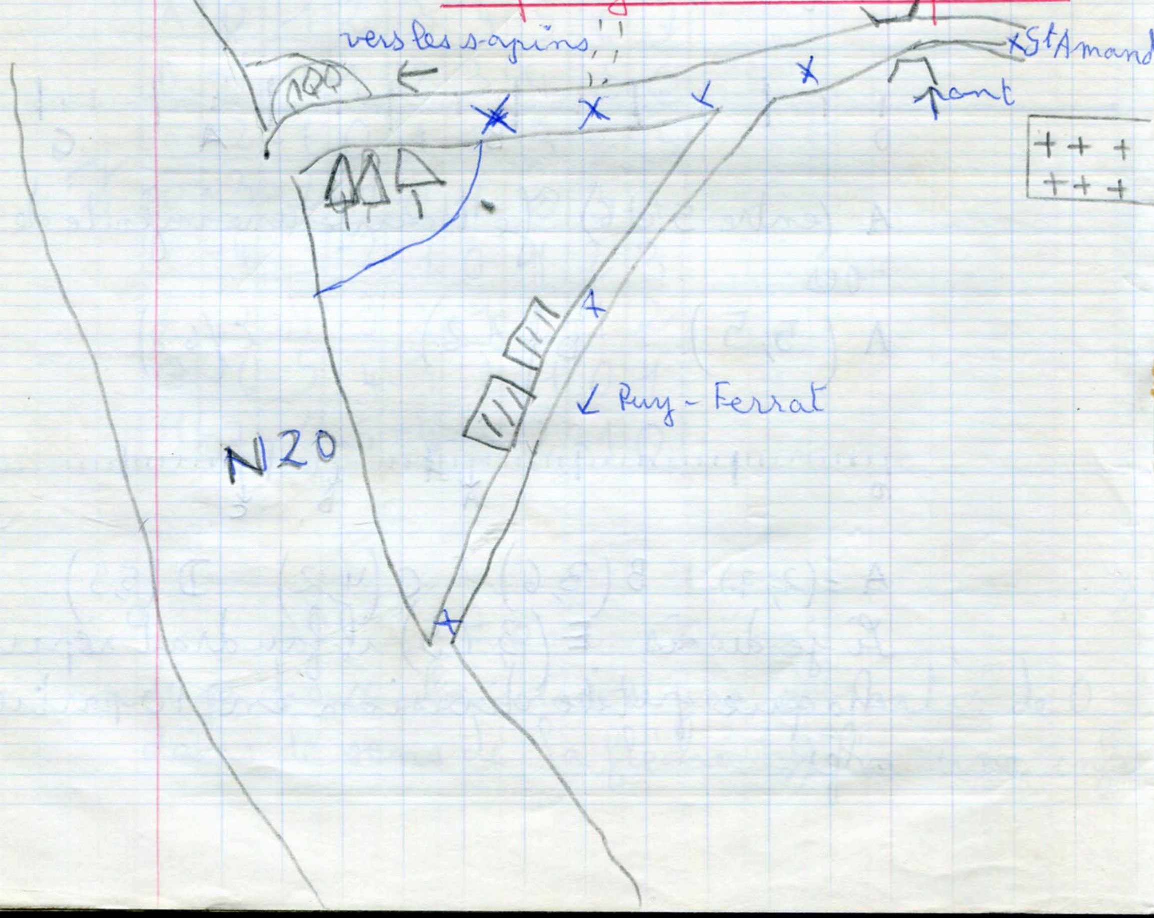


A(0,35) B = (0,52) (C = 0,80) (D = 0,93)

E(1)

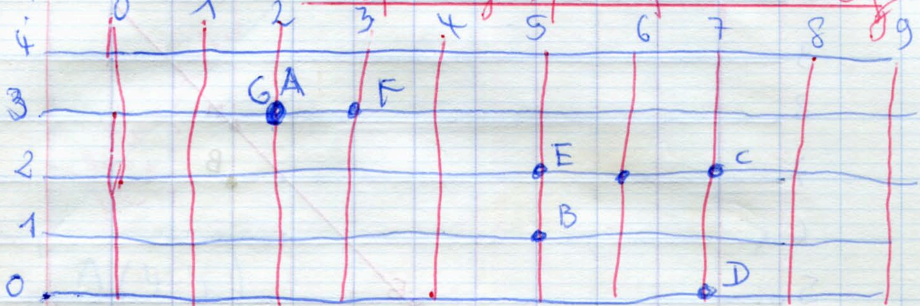
Les chiffres décimaux permettent un repérage de plus en plus fin et de plus en plus exact

Repérage sur un plan

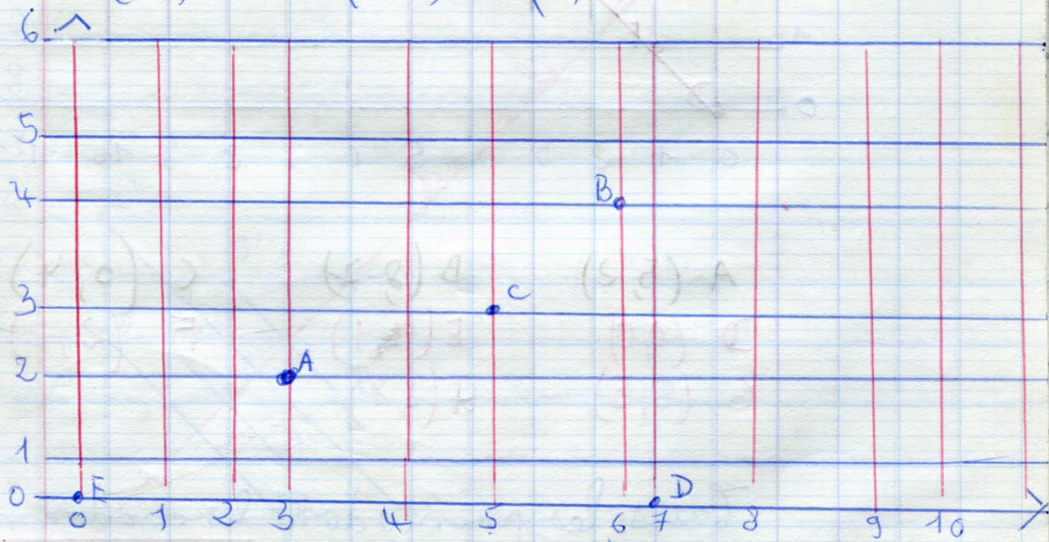


On se repère par rapport à un croisement à des chemins, à des bâtiments, à des bois, à un cours d'eau ......

Repérage par quadrillage

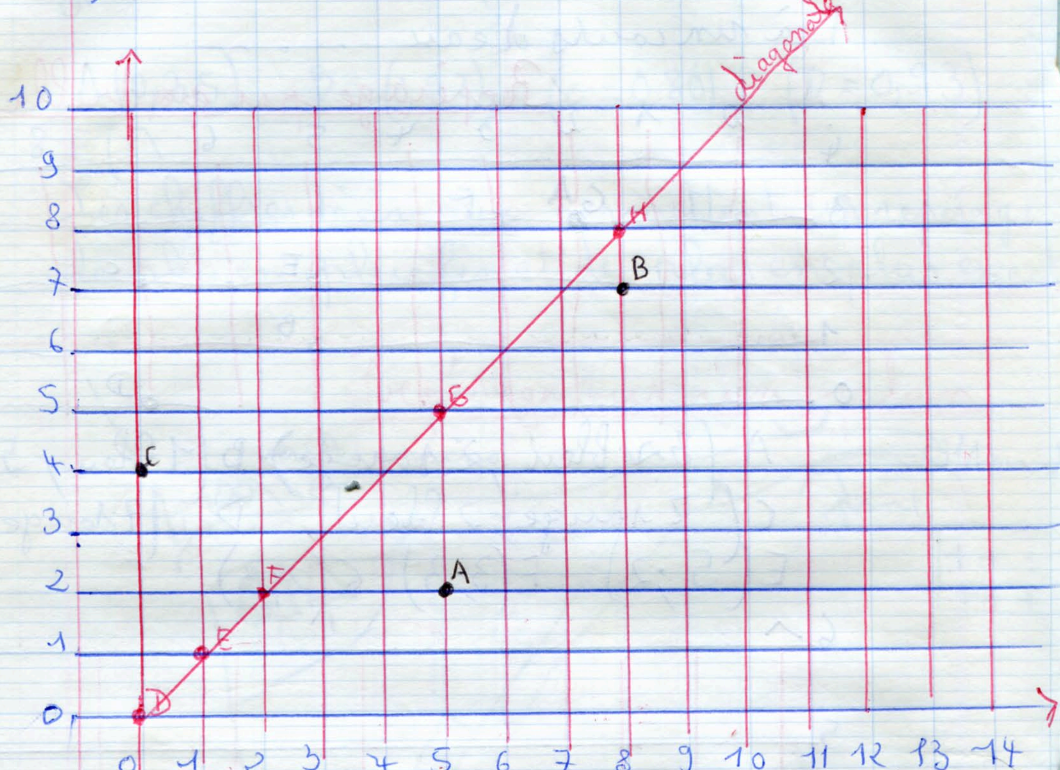


A (3 bleu, 2 rouge) B (1 bleu, 5 rouge)
C (7 rouge, 2 bleu) D (7 rouge, 0 bleu)
E (5 ; 2) F (3 ; 3) G (2 ; 3)



A (3 ; 2) B (6 ; 4) C (5 ; 3) D (7 ; 0) E (0 ; 0)

Sur ce quadrillage les droites sont ~~parta~~ // et orientées

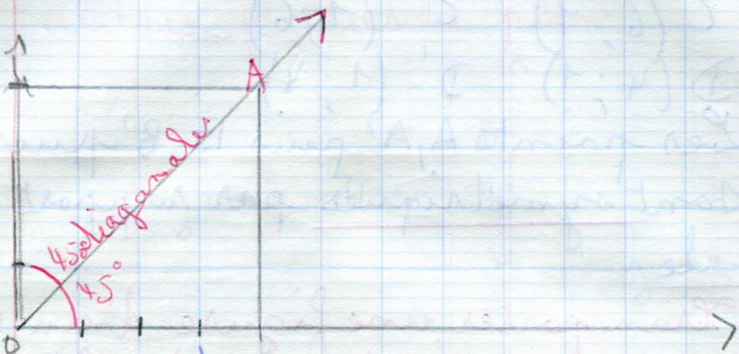


A (5, 2) B (8, 7) C (0, 4)

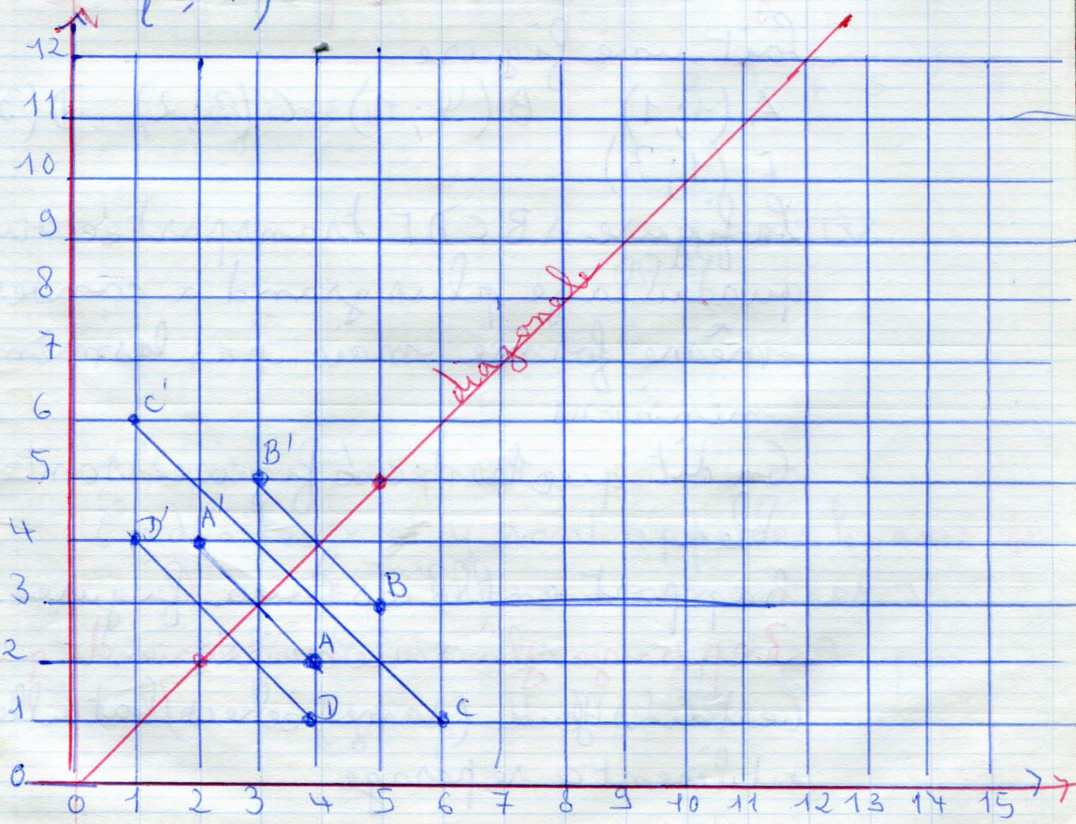
D (0,0) E (1,1) F (2, 2)

G (5, 5) H (8, 8)

Tous les points dont les coodonnées sont formées par 2 nombres identiques sont placés en ligne droite, sur la diagon-ale du carré



A (4, 4)



A (4 ; 2) A' (2 ; 4)
B (5 ; 3) B' (3 ; 5)
C (6 ; 1) C' (1 ; 6)
D (4 ; 1) D' (1 ; 4)

Les points A, A' puis B, B' puis C, C' puis D, D' sont symétriques par rapport à la diagonale

Transporter une figure d'un quadrillage sur un autre quadrillage

Soit une figure

A (1 ; 1) B (4 ; 1) C (3 ; 2) D (3 ; 3)
E (1 ; 3)

La figure ABCDE transportée sur un quadrillage plus grand a conservé la même forme mais pas les mêmes dimensions

On dit que les deux figures sont semblables.

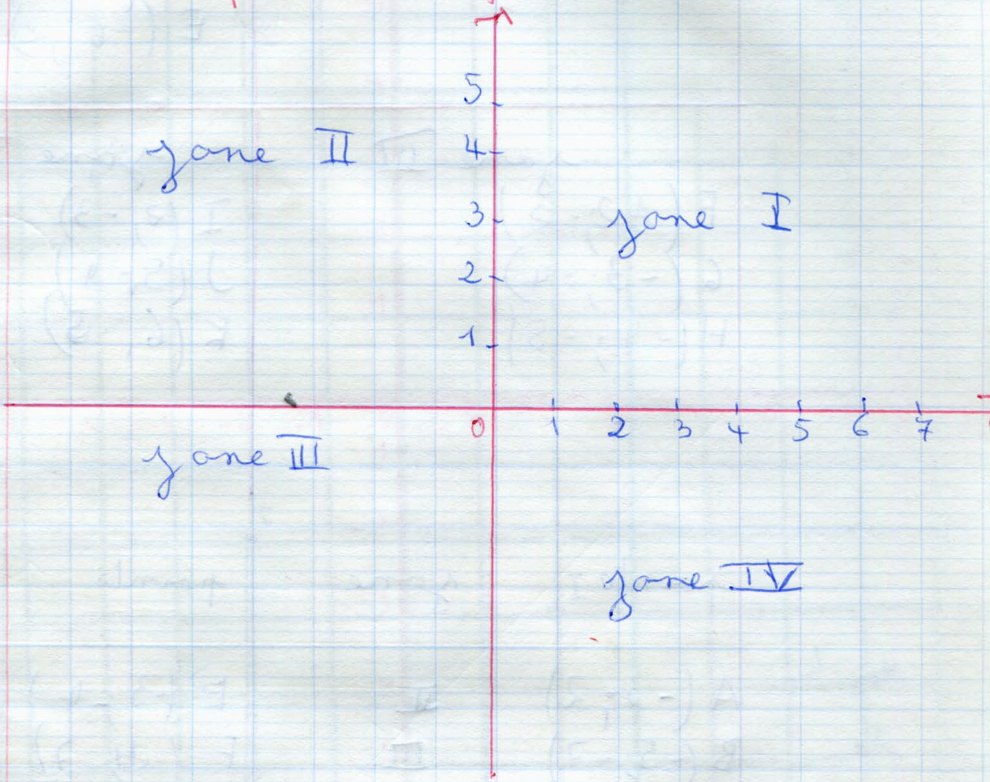
Rapport entre ces deux figures $\frac{6}{3} = 2$

Repérage grâce aux carreaux du quadrillage

Certains jeux (dames, échecs, batailles navales) utilisent ce repérage

A (6, B)   B(5, D)   T(9, I)   CT(11, H)

Repérage d'un point placé dans les autres parties du plan



Repérons des points

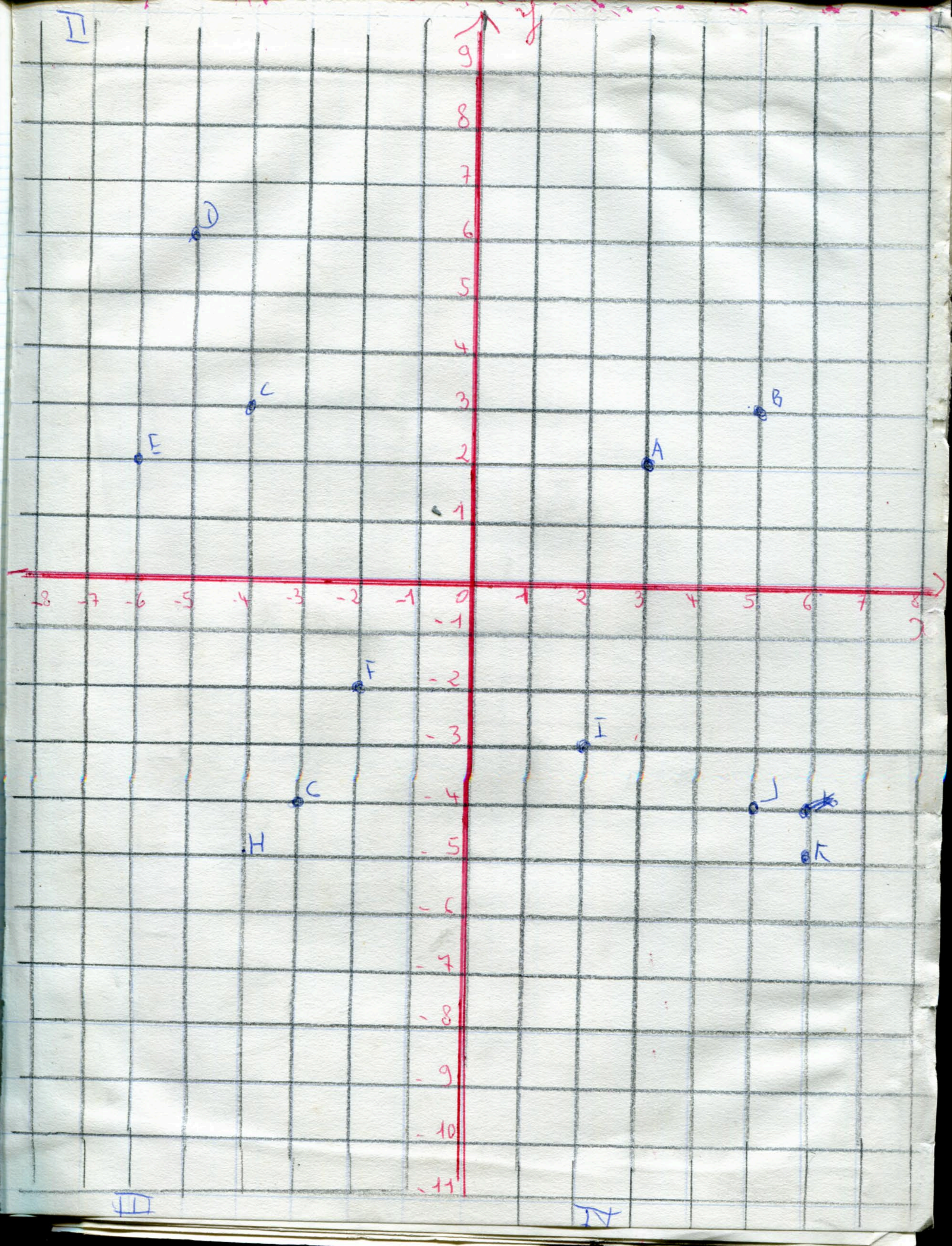
Les droites x et y sont appelées les axes de coordonnées. Elles sont orientées.

On utilise les nombres -1, -2, -3 pour coder les zones II III et IV

zone I A (3;2) B (5;3)	zone II C (-4;3) D (-5;6) E (-6;2)
zone III F (-2;-2) G (-3;-4) H (-4;-5)	zone IV I (2,-3) J (5,-4) K (6,-5)

points	zone	points	zone
A (-3;2)	II	E (-3;-4)	III
B (-5;-7)	III	F (-2;7)	II
C (4;-5)	IV	G (5;-4)	IV
D (2;4)	I	H (6;3)	I

La diagonale des zones I et III a des points ayant pour coordonnées soit (2,2) (4,4)
soit (-2,-2) (-4-4)


II
III
IV
y
x
0
A
B
C
D
E
F
C
H
I
J
K
K

La diagonale des zones II et IV a des points ayant pour coordonnées soit $(-2, +2)$

$(-4, +4)$

soit $(+2, -2)$

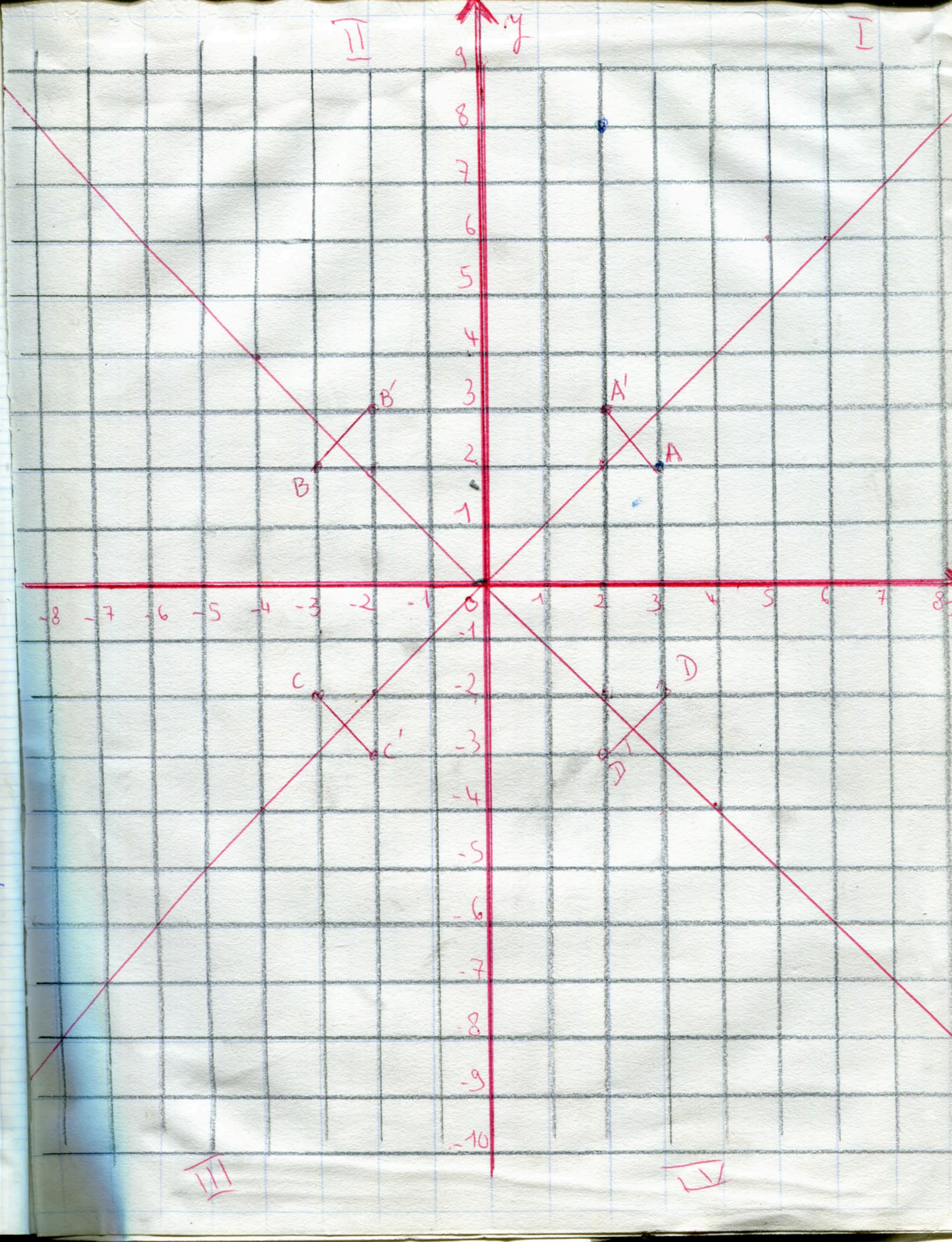
$(+4, -4)$

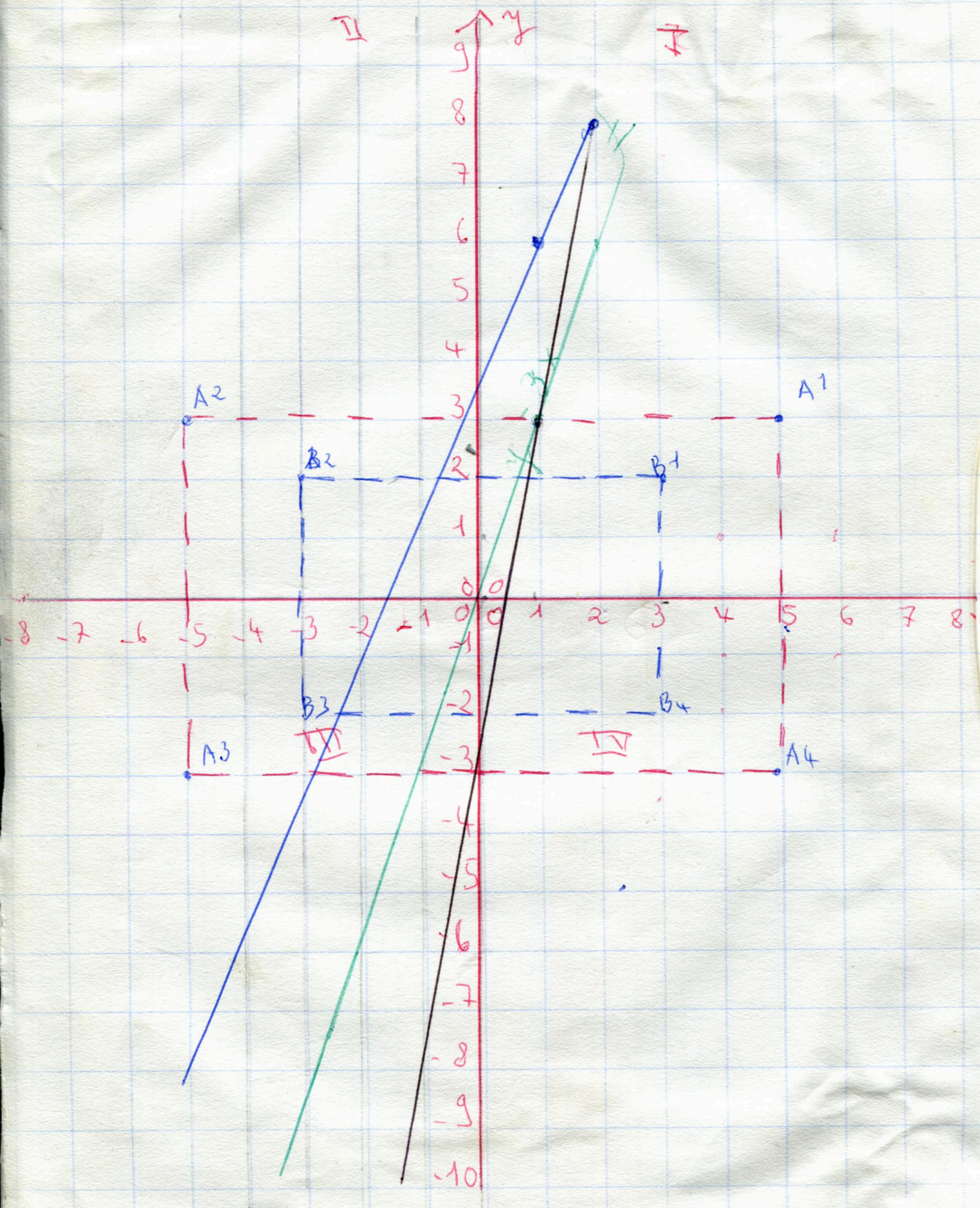
Cherchons des points symétriques par rapport aux diagonales dans les 4 zones

zone 1	A	$(3, 2)$	A'	$(2, 3)$
zone 2	B	$(-3, +2)$	B'	$(-2, +3)$
zone 3	C	$(-3, -2)$	C'	$(-2, -3)$
zone 4	D	$(+3, -2)$	D'	$(+2, -3)$

Points symétrique par rapport aux axes de coordonnées

A 1 $(5 ; 3)$ région I		B 1 $(3 ; 2)$ région I	
A 2 $(-5 ; 3)$ région II		B 2 $(-3 ; 2)$ région II	
A 3 $(-5 ; -3)$ region III		B 3 $(-3 ; -2)$ région III	
A 4 $(5 ; -3)$ région IV		B4 $(3 ; -2)$ région IV	


y
I
II
III
IV
A
A'
B
B'
C
C'
D
D'
-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8
9 8 7 6 5 4 3 2 1
-1 -2 -3 -4 -5 -6 -7 -8 -9 -10


y
I
II
III
IV
A1
A2
A3
A4
B1
B2
B3
B4
0

Déplacement sur un quadrillage

Sur un quadrillage, nous voulons déplacer le point A en A1

On s'aperçoit que 4 directions sont possibles.

D (à Droite) G (à gauche) H (vers le haut) B (vers le bas)

accompagnées d'un nombre indiquant le nombre de noeuds franchis

Codons le déplacement de A → A1 (D6 H2)

Chemins équivalents

Tous les chemins qui font correspondre à un point de départ A, le même point d'arrivée A1 sont des chemins équivalents

A → A1 (H 6 D 13 B 5 G 4 H 3 G 3 B 2)

Il y a une infinitée de chemins équi-valents.

1° Les chemins

A → A1 (G 3 H2 D6 B4 D3)

A → A1 (B2)

sont ils équivalents ? non

Les chemins

A → A1 (H3 D5 B6 G3)

A → A1 (G3 B4 D5 H1

sont ils équivalents ? oui

Trouve deux chemins équivalents à

A → A1 (H2 D5 B4 G1)

A → A1 (B1 D3 B1 D1)

A → A1 (G3 B3 D4 H1 D3)

Chemins inverses

A → A1 (D3 H2 D2 B1)

A1 → A (H1 G2 B2 G3)

Je code le chemin inverse

A → A1 (G4 H2 D3 B5)

A1 → A (H5 G3 B2 D4)

Chemins les plus courts

(A → A1) (D5) ligne droite

A → A1 (D5 B2) 2 côtés d'un rectangl

7 noeuds

A → A1 (B2 D5

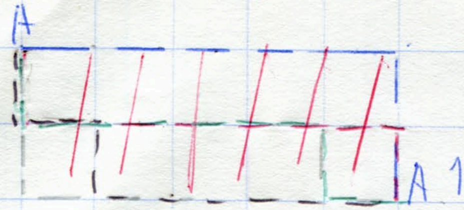
A → A1

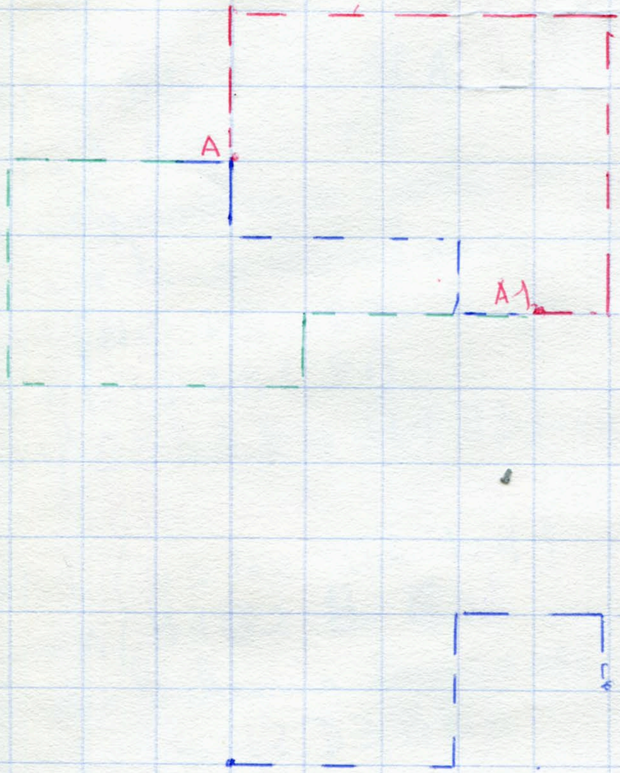
D'autres chemins sont possible à con-

-tion de ne pas dépasser l'aire du

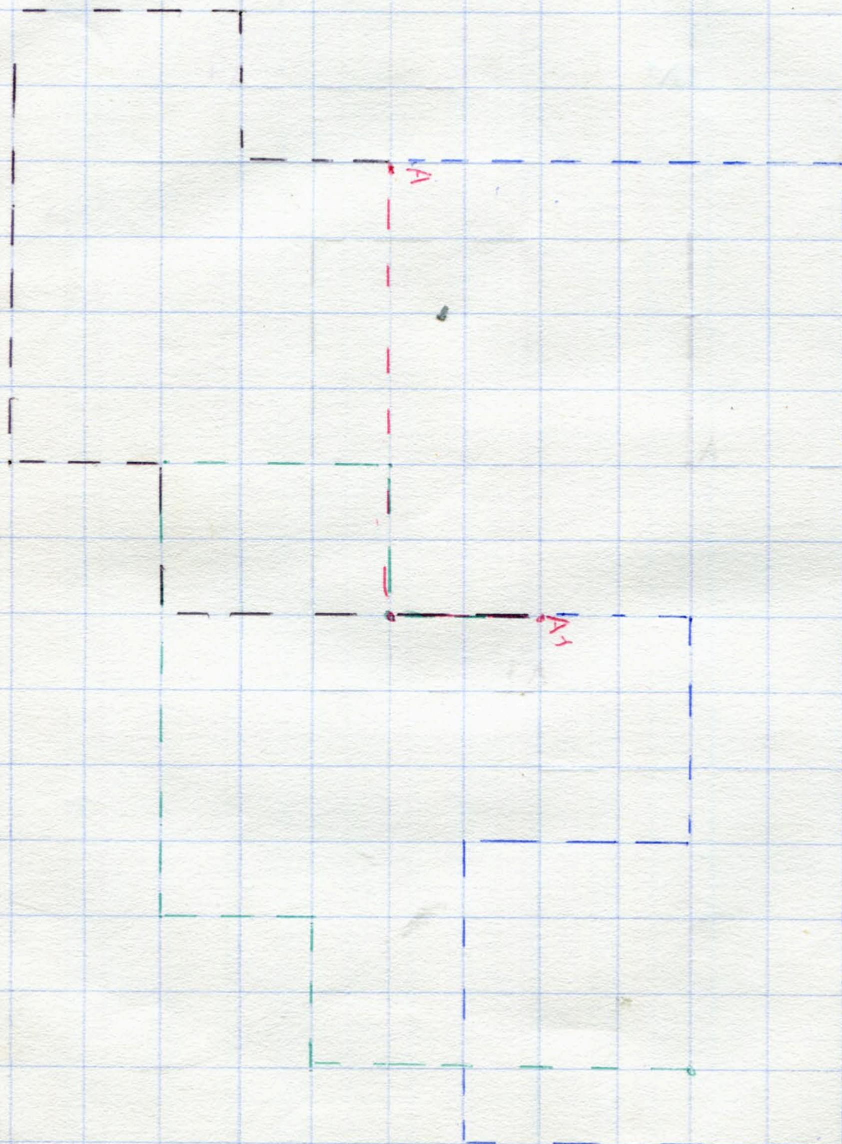
rectangle AB A1 C

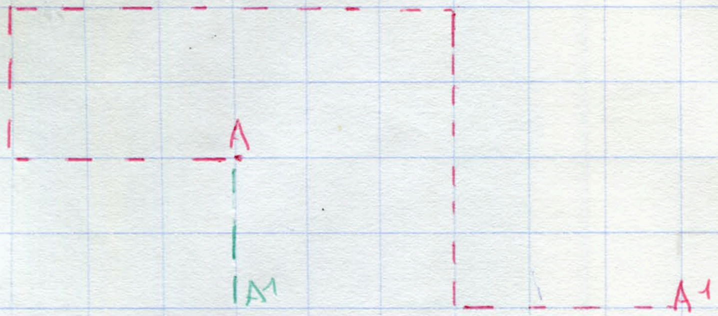
$(A \to A1)$

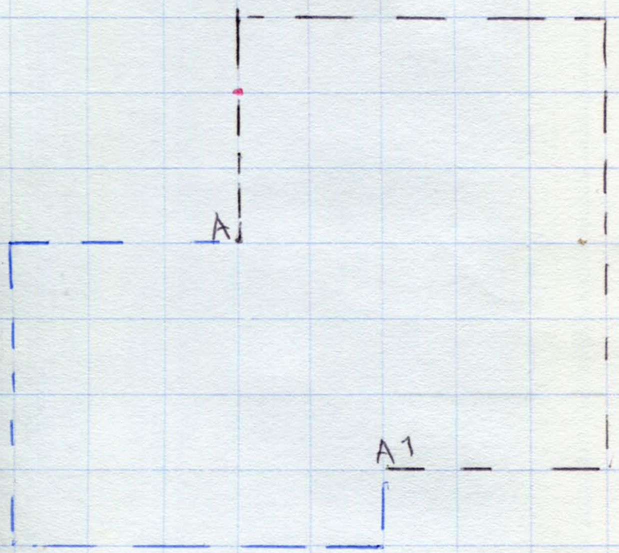




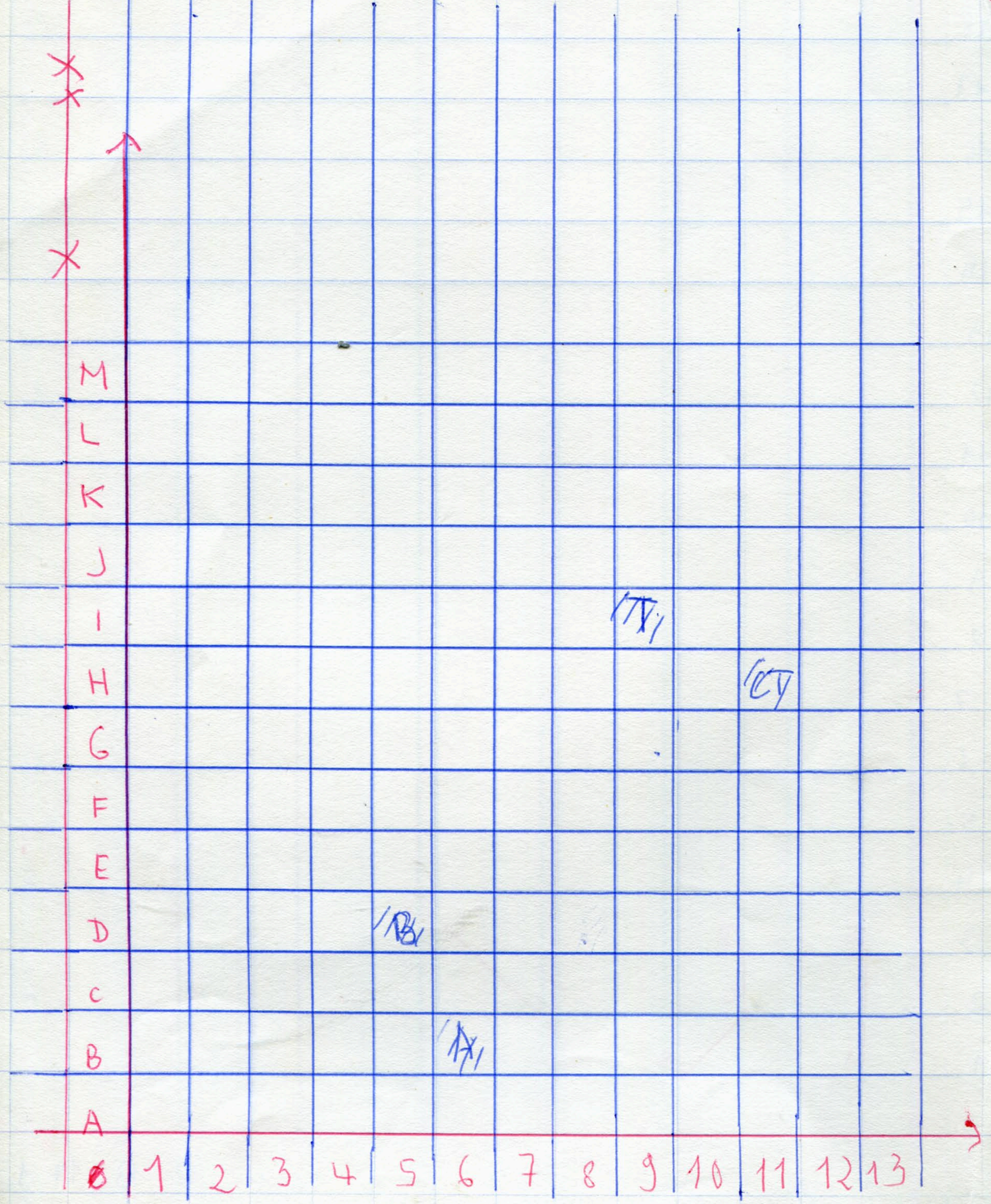
ds

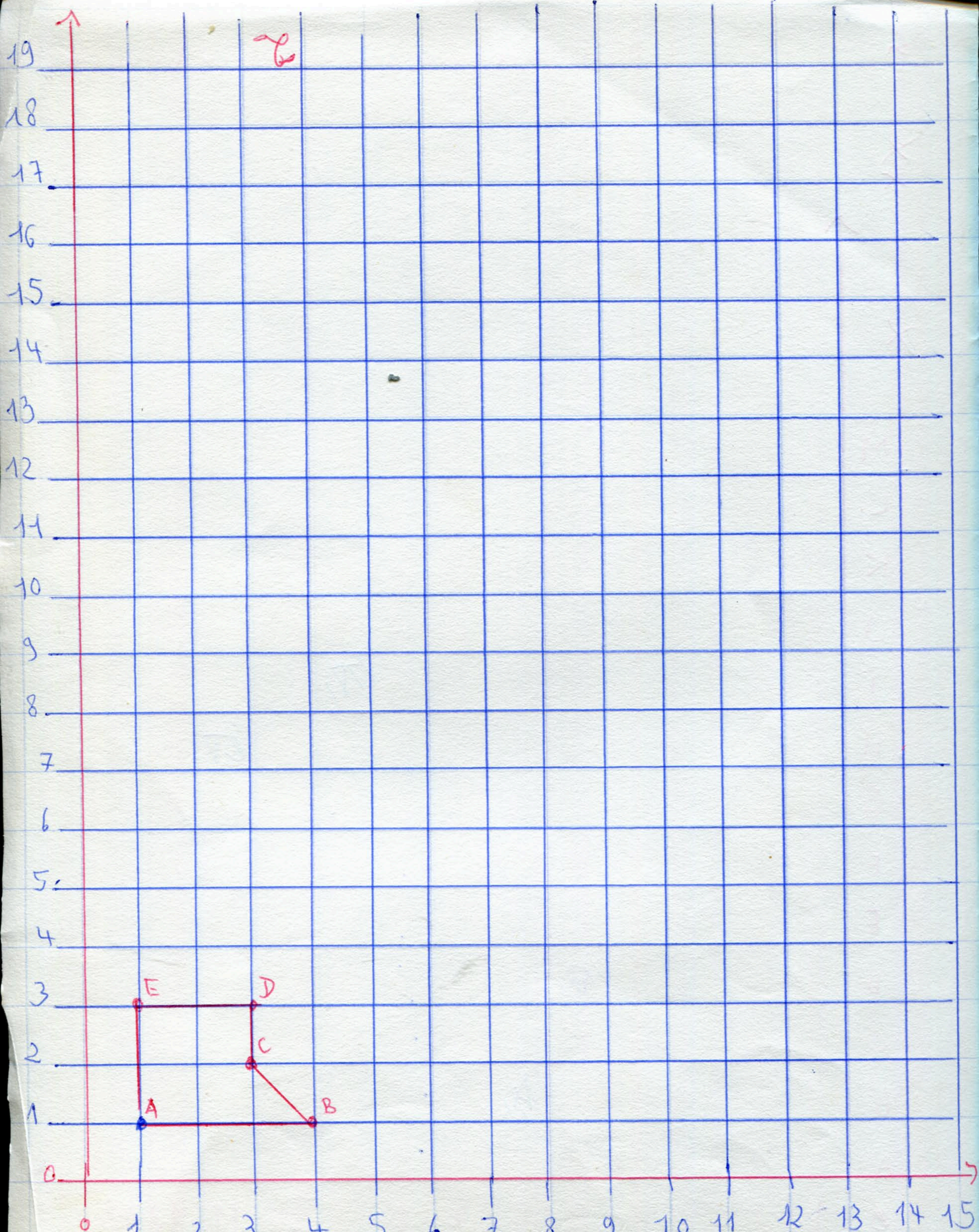

A
A1


A
A1
A1

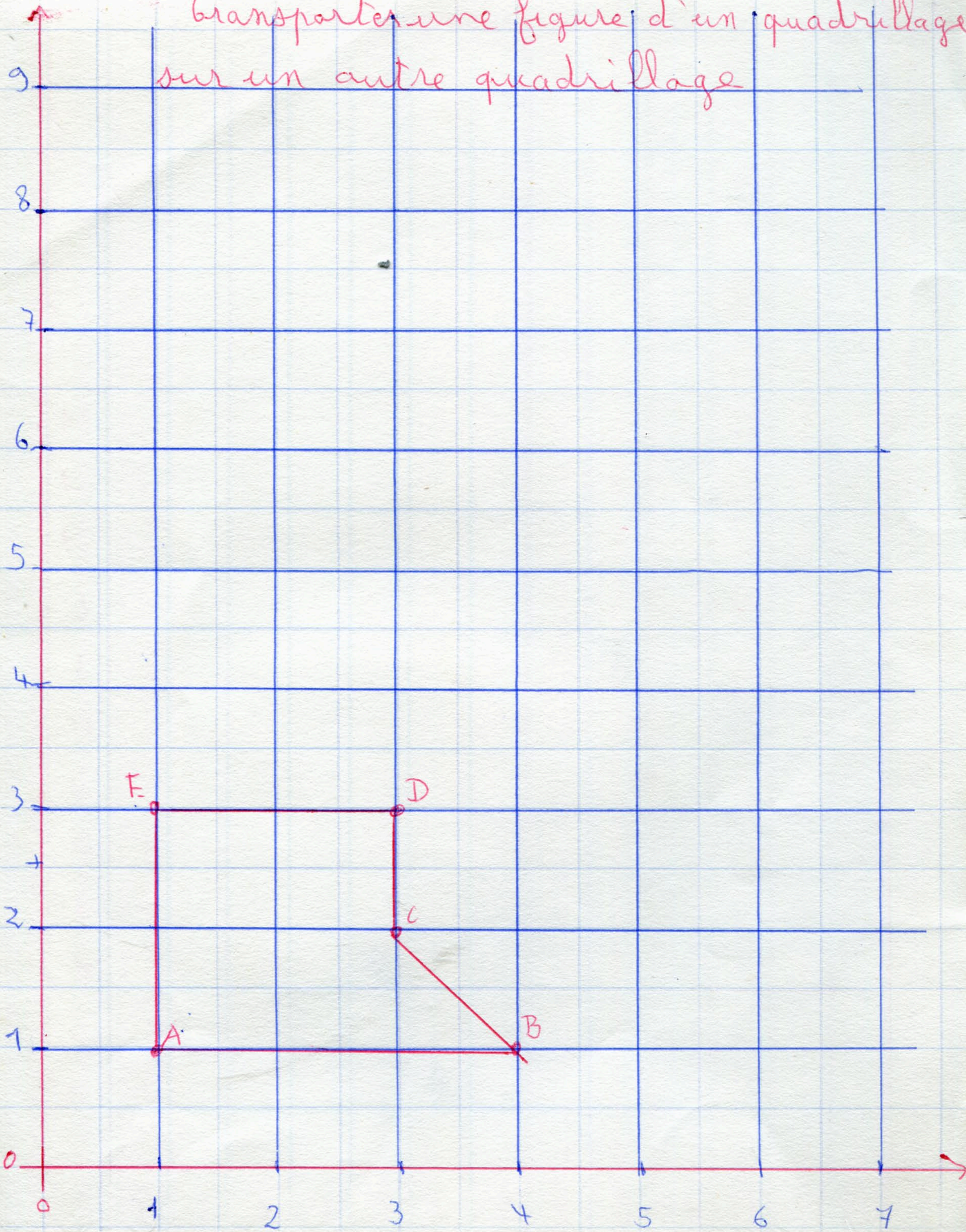

A
A1

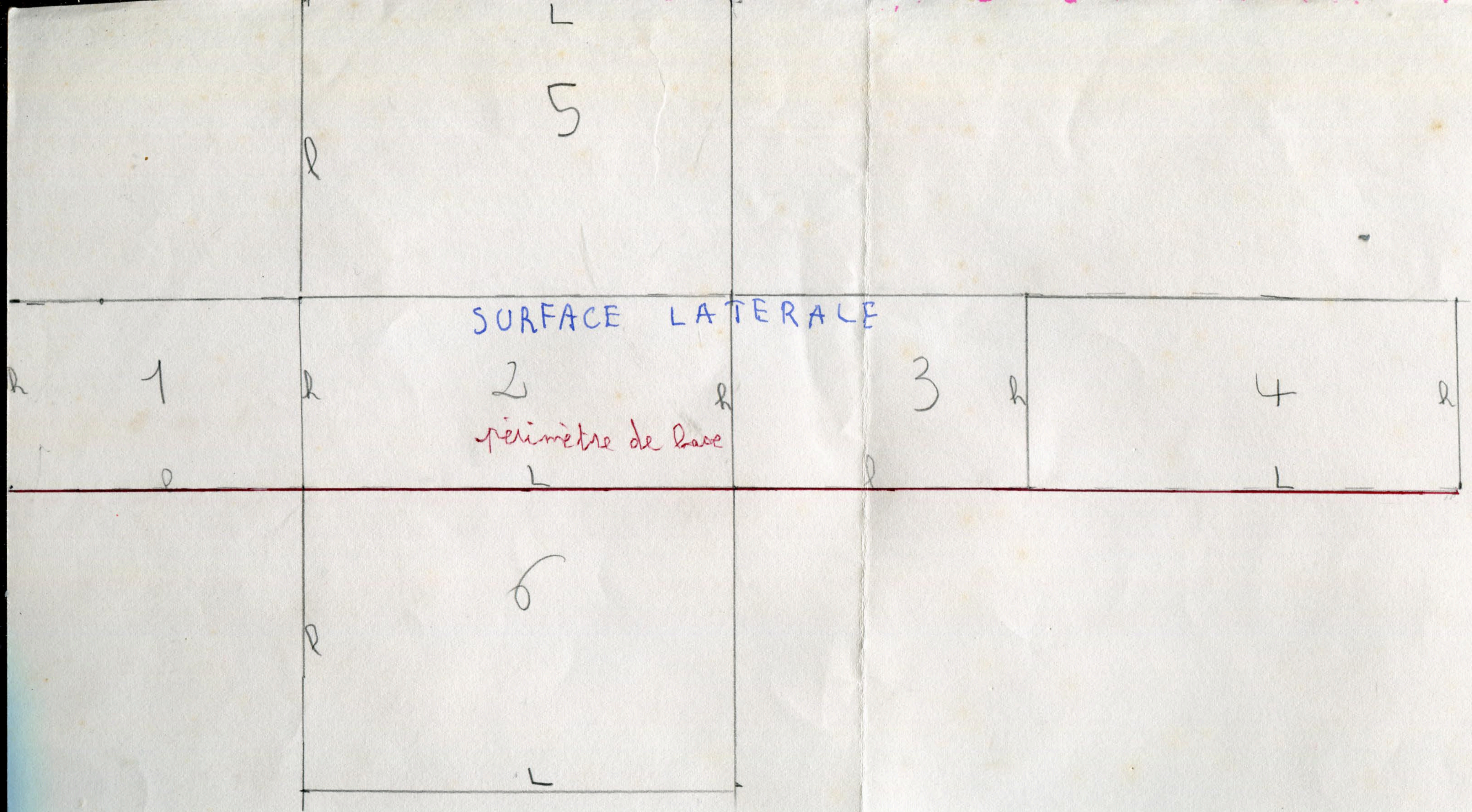
Repérages grâce aux carreaux du quadrillage




E
D
C
A
B

Transporter une figure d'un quadrillage sur un autre quadrillage





Développement de la boîte rectangulaire (boîte d'allumettes)

périmètre de base : $(L + l) \times 2 = (5{,}5 + 8) \times 2 = 27$ (en cm)

(faces 1 + 2 + 3 + 4) = surface latérale   face 5, face 6 sont les bases

(puis 06 pages vides)

FIN