



Exercice 1

Déterminez quand les formules suivantes sont satisfaites, et reconnaissez les tautologies et les antilogies.

1. $p \wedge q$;
2. $p \rightarrow q$;
3. $p \wedge \neg p$;
4. $p \rightarrow p$;
5. $p \wedge (p \rightarrow q) \wedge \neg q$;
6. $p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$;
7. $(p \vee r) \wedge (q \vee \neg r) \rightarrow p \vee q$.

Exercice 2

Étudiez :

1. $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$?
2. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv p \wedge q \rightarrow r$?
3. $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \vee \neg q$?
4. $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$?
5. $p \rightarrow q \equiv \neg p \rightarrow \neg q$?
6. $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$?
7. $\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$?

Exercice 3

Étudiez :

$$(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow (q \vee r)) \wedge (\neg r \rightarrow \neg q) \wedge ((q \wedge r) \rightarrow \neg p) \wedge (r \rightarrow p)$$

Exercice 4

Étudiez :

1. $\{p, p \rightarrow q\} \models q$.
2. $\{p \vee r, q \vee \neg r\} \models p \vee q$.
3. $(\models F \rightarrow G)$ si et seulement si $\{F\} \models G$

Exercice 5

Mettre sous FNC et sous FND :

1. $(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge s)$;
2. $p \leftrightarrow q$;
3. $p \wedge q$;
4. $p \vee q$;
5. $p \wedge q \rightarrow r \wedge s$;
6. $p \wedge q \rightarrow r \vee s$;
7. $p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow r$;
8. $p \wedge ((p \rightarrow q) \rightarrow r)$;

Exercice 6

Montrez que les formules suivantes sont équivalentes en calculant des FND :

1. $\neg(p \vee q) \rightarrow \neg r$ et $\neg(\neg p \wedge \neg(r \rightarrow q))$;
2. $((\neg p \wedge q) \vee (p \leftrightarrow q))$ et $(p \rightarrow q)$;
3. $\neg((\neg p \rightarrow (q \wedge r)) \rightarrow p)$ et $\neg p \wedge (q \vee r)$.

Exercice 7

Montrer que

$$\{p \rightarrow r, q \rightarrow r\} \models (p \vee q) \rightarrow r.$$

Exercice 8

Montrer que

$$(p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q).$$

est universellement valide.

Exercice 9

Montrer que

$$((p \wedge s) \vee (q \wedge r)) \rightarrow (p \vee q) \wedge (s \vee r).$$

est universellement valide.

Exercice 10

Étudiez la validité des énoncés suivants.

1. $(A \rightarrow B) \wedge A \rightarrow B$;
2. $(A \rightarrow B) \wedge \neg B \rightarrow \neg A$;
3. $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$;
4. $(A \rightarrow M \vee S) \wedge (M \rightarrow S) \rightarrow (\neg S \rightarrow \neg A)$.