

Modélisation et optimisation des systèmes multi-corps frottants : application aux matériaux granulaires

S. Dumont et J. Fortin

Résumé

Classiquement, pour étudier numériquement le comportement d'un corps déformable soumis à diverses sollicitations, on utilise la Méthode des Eléments Finis (FEM) qui est un important outil pour l'analyse des structures. Elle s'appuie sur la Mécanique des Milieux Continus. Les corps considérés ne sont pourtant pas continus mais l'hypothèse de continuité apporte une simplification qui rend possible la résolution des problèmes de mécanique classique. Cependant, l'hypothèse de continuité semble difficile à admettre pour des systèmes composés de plusieurs parties rigides ou déformables, qui sont reliées entre elles par des liaisons. On parle alors de systèmes multi-corps.

Actuellement, de nombreuses applications impliquent l'étude de tels systèmes. Dans le domaine du génie civil, la modélisation des matériaux granulaires par un système multi-corps, permet de comprendre l'origine microscopique des comportements mécaniques macroscopiques. Quel que soit le domaine d'application, dans toute démarche de modélisation de système, l'objectif est d'obtenir des équations qui représentent le comportement du système étudié. Dans la plupart des cas, les équations du mouvement sont accompagnées d'un ensemble d'équations supplémentaires. Le nombre et la nature de ces équations dépendent essentiellement du choix des coordonnées, de la structure du système et des conditions auxquelles le système est soumis. Dans les domaines où la collection de corps entre lesquels des liaisons unilatérales, usuellement affectées du frottement de Coulomb, sont susceptibles de s'établir ou de se rompre, ces équations de contraintes conduisent à un problème de complémentarité non linéaire qui ne peut être résolu par une méthode de programmation linéaire. La séparation des surfaces en cas de glissement provient du non respect de l'hypothèse de normalité qui implique une vitesse correspondant à la dilatation de l'interface.

Dans la majorité des techniques numériques présentées dans la littérature, ces difficultés sont abordées au moyen d'approximations régularisantes. La non-interpénétrabilité des corps est remplacée par des lois de répulsion suffisamment raides qui entrent en jeu lorsque deux d'entre eux s'approchent. De même, la loi du frottement sec de Coulomb est usuellement régularisée. On est ainsi ramené à des équations différentielles traitées par les techniques numériques classiques. L'emploi de schémas d'intégration en temps explicites possède l'avantage d'estimer de manière simple les termes non linéaires présents dans les équations. L'application d'une telle stratégie de calcul à des situations dynamiques demande beaucoup de précautions et de savoir-faire. Son application est moins problématique dans la recherche d'états d'équilibre ou le calcul d'évolutions quasi-statiques, indifférente à ce que la dynamique invoquée pour passer d'un quasi-équilibre à un autre peut avoir d'artificiel. Les techniques numériques basées sur la régularisation des liaisons d'impénétrabilité sont souvent désignées par le sigle MD (pour Molecular Dynamics).

Une façon plus rigoureuse de modéliser une telle loi de contact multivoque est l'utilisation de la théorie moderne des fonctions convexes et du calcul sous-différentiel. A partir de ce formalisme mathématique, J.-J. MOREAU propose d'introduire le concept de pseudo-potentiel, qui est convexe et semi-défini positif. La condition de Signorini et la loi de Coulomb s'expriment alors sous forme de loi de sous-normalité. Dans ce cas, la résolution numérique de ces problèmes de minimisation, par des techniques du lagrangien augmenté, utilise deux schémas de prédiction-correction. G. De SAXCE a proposé d'abandonner l'idée d'une séparation en deux pseudo-potentiels duaux et postulé l'existence d'une fonction unique des variables duales appelée bipotentiel. Elle doit être biconvexe et satisfaire une inégalité généralisant celle de Fenchel. A partir de ce formalisme, G. de SAXCE et Z.-Q. FENG ont proposé une modélisation du contact unilatéral avec frottement sec pour des corps déformables ou non, qui aboutit à un bipotentiel de contact. L'intérêt numérique est de n'utiliser qu'un seul schéma de prédiction-correction dans la recherche des réactions de contact.

Plan

Méthode des Eléments Discrets

1. Processus de Résolution dans un algorithme ED (30 mn)
2. Détection des contacts potentiels (15 mn)
3. Solveur bipotentiel de contact (2h)
4. Intégration du mouvement (1h)
5. Quelques simulations numériques (1h)