Notice de Titres et Travaux

Jacques-Arthur Weil

Maître de Conférences en Mathématiques
XLIM - UMR CNRS 6172 - Département Mathématiques-Informatique
Faculté des Sciences et Techniques, Université de Limoges
123 avenue Albert Thomas, 87060 Limoges cedex
http://www.unilim.fr/pages_perso/jacques-arthur.weil/

Né le 11/11/1966 à Paris
Nationalité française
Tel : +33 (0)5 87 50 68 01
Fax : +33 (0)5 55 45 73 22
Email : weil@unilim.fr

1 Déroulement de carrière

1996- : Maître de conférences à l'université de Limoges, laboratoire XLIM, département Mathématiques et Informatique, équipe Calcul Formel. Prime d'Encadrement Doctorale et de Recherche 1999-2001 puis 2004-2012 (interrompue en détachement). Inscription à l'HDR (prévue 2012).
2001-2003 : Détachement à l'Inria, projet CAFE (M. Bronstein) à Sophia-Antipolis.
1995-96 : Post-doc, Université de Groningen (M. van der Put) aux Pays-Bas.
1995 : Thèse, École Polytechnique, direction J. Moulin Ollagnier.
1991 : Ingénieur en mathématiques appliquées et informatique (ensimag).

2 Activités d'encadrement

2.1 Encadrement de thèses

– Delphine Boucher [1], à Limoges en octobre 2000 (avec D. Duval). Maître de conférences Rennes I.
– Anne Fredet [2], École Polytechnique en novembre 2001 (avec J. Moulin Ollagnier). PRAG à l'IUT de Quimper.
– Thomas Cluzeau [3], à Limoges en septembre 2004 (avec M. Barkatou). Maître de conférences Ensil et XLIM.
– Primitivo Acosta-Humanez [4], à Barcelone en 2009 (avec J.-J. Morales-Ruiz). Maître de conférences Universidad del Norte, Barranquilla - Colombie.
– Ainhoa Aparicio-Monforte [5], à Limoges en 2010 (avec M. Barkatou). PostDoc RISC Linz, Autriche.

2.2 Autres encadrements

– Postdoc Maria Przybylska, INRIA 2002-2004. Maître de Conférences HDR, University of Zielona Gora, Institute of Physics, Pologne.
– Postdoc Sergi Simon, XLIM 2007-2008. Maître de Conférences, University of Portsmouth, UK.
– Stage de DEA : Damien Jamet, avril à juin 2003 (avec M. Bronstein). Maître de conférences Nancy I.
– Projets TER (Maitrise puis Master 1) : encadrement de 15 projets de 1997 à 2001 puis 2003 à 2010.

1. *Sur les équations différentielles linéaires paramétrées, une application aux systèmes hamiltoniens.*
2. *Résolution sous forme finie d'équations différentielles linéaires et extensions exponentielles.*
3. *Algorithmique modulaire des équations différentielles linéaires.*
4. *Galoisian approach to supersymmetric quantum mechanics.*
5. *Méthode effectives pour l'intégrabilité des systèmes dynamiques.*

2.3 Jurys de Thèses

Membre de 14 jurys de thèse : P. Hendriks (Groningen, 1997), D. Boucher (Limoges, 2000), R. Bomboy (Nice, sept. 2001), A. Fredet (Ecole Polytechnique, nov. 2001), T. Cluzeau (Limoges, 2004), M. Berkenbosch (Groningen, 2004), E. Jeandel (ENS Lyon, 2005), P. Rémy (Angers, 2007), S. Simon (Barcelone, 2007), D. Dehainsala (Poitiers, 2008), Nguyen An Khuong (Groningen, 2008), P. Acosta-Humanez (Barcelone, 2009), G. Morin (Observatoire Paris, 2010), A. Aparicio (Limoges, 2010).

2.4 Commissions de spécialistes

Commissions de spécialistes 25 et 26 (Limoges 1997-2001 puis 2004-2008) et Poitiers 25 (1997-2001), Comité de sélection 25 Lille (2011).

3 Publications et activités de recherche

Travaux publiés

24 articles de recherche (15 revues internationales, 5 conférences internationales référées, 3 chapitres de livres référés, 1 soumis), 2 livres d'enseignement, 6 surveys. Voir liste plus loin.

Conférences invitées (plénières/thématiques) à des congrès internationaux (2005-2011)

13 invitations : Foundations of Computational Mathematics (semi-plénier, Santander, juillet 2005), Algebraic Theory of Differential Equations (Edimbourg, août 2006), Congrès Franco-Espagnol de mathématiques (Zaragossa, juillet 2007), Algebraic Methods in Dynamical Systems (Barcelone, février 2008), Symmetries and Integrability (Bogota, Colombie, juillet 2009), Algebraic Methods in Dynamical Systems (Bedlewo, Pologne, mai 2010), Foundations of Computational Mathematics (Budapest, juillet 2011), Modern approaches to dynamical integrability (Porstmouth, juillet 2011), Séries formelles arithmétiques (Grenoble, septembre 2011), AMS Joint Mathematics Meetings (Boston, janvier 2012), Differential and Functional equations (Wuhan, Chine, avril 2012), CIMPA School (Santa Marta, Colombie, juin 2013).

3.1 Organisation de conférences

- Journées Nationales de Calcul Formel (co-organisation 1998 et 2000, comité scientifique 2003-2005, sessions 2003).
- Deux colloques de deux jours à Limoges (matrices structurées 2006, systèmes hamiltoniens 2007).
- Journée CAFE (INRIA, juillet 2006, en mémoire de M. Bronstein).
- Comité de programme ISSAC'05 [référence mondiale en calcul formel].
- Cinq conférences FELIM (Functional Equations in Limoges) de 2008 à 2012 (avec M. Barkatou et T. Cluzeau).

3.2 Projets institutionels

- Projet ANR `JC05_41465` (≪ Intégrabilité en mécanique hamiltonienne ≫) de 2005 à 2008. Porteur du projet ANR ≪ Frontières de l'Intégrabilité ≫(liste complémentaire) en 2009.
- Réseau BQR (avec M. Barkatou et T. Cluzeau) France-Angleterre-USA-Russie-Slovénie : ≪ Algorithmique des systèmes d'équations fonctionnelles ≫, 2008-2010.
- Projet Econet (avec M. Barkatou et T. Cluzeau) France-Russie-Slovénie-Biélorussie : ≪ Algorithmique des systèmes d'équations fonctionnelles et applications à l'intégrabilité des systèmes dynamiques ≫, 2009-2010.
- ACI Intégrabilité, PRES Limousin Poitou-Charentes (avec M. Barkatou et P. Vanhaecke), 2011-2012.

4 Enseignements au sein de l'enseignement supérieur

200 heures d'enseignement par an (Cours, TDs et TPs de Mathématiques, niveaux L2 à M2).

Responsabilités pédagogiques locales

- Responsable du Master 1 de mathématiques (Masters Cryptis et Acsyon) depuis 2004.
- Membre de la commission de la pédagogie du département de Mathématiques.
- Directeur d'études à l'IUFM du Limousin de 1997 à 2001, préparation du CAPES.

Responsabilités pédagogiques nationales

- Membre du jury de l'Agrégation de Mathématiques (épreuves orales, modélisation) depuis 2007.
- Présidence de commissions de sujets de Bac (2005-2009)
- Livres d'enseignement : co-directeur des livres de référence [25, 26] (1000 pages chacun) dans la collection L1-L2-L3 (Pearson Education) et auteur de chapitres dedans (Calcul Formel, Coniques, Cryptographie, Maple, etc).

5 Travaux et projets de recherche

Mes recherches portent sur l'élaboration de méthodes de *calcul formel pour l'étude constructive des équations différentielles*, plus particulièrement autour de la théorie de Galois différentielle. Ceci comporte le développement de la théorie sous-jacente aux algorithme et la construction et l'implantation informatique des algorithmes eux-mêmes. Un volet complémentaire est le développement de critères mathématiques à partir de l'étude d'exemples venant de la physique théorique.

Ceci classe mes travaux suivant trois grands thèmes interdépendants : théorie de Galois différentielle effective, applications à l'intégralité de systèmes hamiltoniens et applications en physique statistique. Presque tous ces travaux sont des collaborations.

5.1 Théorie de Galois différentielle effective

La théorie de Galois différentielle mesure « ce que l'algèbre peut voir de la dynamique » (Malgrange) et permet de donner un sens global à des objets connus localement. Elle consiste principalement en l'étude des équations différentielles linéaires par des méthodes algébriques. Une de nos spécificités est de les aborder sous un angle systématiquement constructif et algorithmique.

Algorithmes de résolution exacte d'équations et systèmes différentiels linéaires

- Equations du second ordre $y'' + a(x)y' + b(x)y = 0$, où nous avons modernisé et raffiné les algorithmes classiques de Kovacic [1], voir aussi [27, 18], puis introduit une version algorithmique de la méthode de Klein[19] pour la résolution par fonctions hypergéométriques. C'est notre implantation de cet algorithme qui est utilisée par Maple pour la résolution d'équations du second ordre.
- Algorithmes de résolution liouvillienne des équations différentielles linéaires d'ordre quelconque [3] (en utilisant notre algorithme [2] de calcul d'invariants). Voir aussi nos surveys [28, 29, 30, 31, 32].

Élargir les classes d'équations traitables

- Les équations différentielles à paramètres (thèse D. Boucher), les équations différentielles à coefficients dans des grands corps de fonction (Liouvilliens, thèse A. Fredet) pour élargir le champs des équations différentielles couvertes par nos méthodes.

– Méthodes modulaires et heuristiques pour les systèmes différentiels linéaires (thèse T. Cluzeau, [22] et développements en cours) ou non-linéaires (détermination d'intégrales premières de champs de vecteurs, travail en cours avec T. Cluzeau et G. Chèze, voir aussi [16, 17]).

Détermination des groupes de Galois différentiels

– Calcul d'invariants de groupes de Galois différentiels par l'approche Tannakienne et des techniques locales [2]. Ce travail a été repris, et combiné avec les algorithmes de Barkatou de solutions rationnelles de systèmes différentiels, pour déterminer des germes d'intégrales premières formelles de champs de vecteurs [20], voir plus loin.
– Factorisation absolue des opérateurs différentiels [4] et développement d'une « descente de Weil effective »[11] pour les opérateurs différentiels.
– Théorie de forme réduite de systèmes différentiels (réduire la matrice d'un système différentiel à une forme "minimale" vivant sur l'algèbre de Lie du groupe de Galois différentiel). Thèse d'Ainhoa Aparicio, forme réduite de systèmes différentiels symplectiques [14, 23] et découverte d'un important critère caractérisant les formes réduites [24].

Quelques projets en cours. Approfondissement de nos théories de formes réduites avec en vue des procédés nouveaux de détermination de l'algèbre de Lie des groupes de Galois différentiels (la partie "transcendante" du comportement des solutions).

5.2 Applications à l'intégrabilité des systèmes différentiels issus de la mécanique

Il s'agit d'étudier des questions d'intégralité et de dynamique de systèmes hamiltoniens par des méthodes variationelles le long d'une trajectoire particulière.

Équations variationelles

- Applicabilité de la théorie de Morales-Ramis-Ziglin (thèse D. Boucher), mise en évidence de critères rendant cette méthode théorique utilisable en pratique, notamment un critère local-global par l'utilisation de logarithmes locaux [21, 31].
- Preuves de non-intégrabilité de systèmes classiques par ce critère [21, 5, 7, 12] et études dynamiques illustrant les cas non-intégrables [5, 12].

Équations variationelles supérieures

- Variationelles d'ordre supérieur pour obtenir des raffinements en combinant les critères de Morales et de Boucher-Weil (Post-doc M. Przybylska, [5] et [7]).
- Etablissement d'une théorie de reconstruction de germes d'intégrales premières le long d'une solution d'un système différentiel (Post-doc S. Simon et thèse A. Aparicio) [20] et développements en cours.
- Développement de notre théorie de formes réduites pour les équations variationelles supérieures (thèse A. Aparicio) [14, 23]

Intégrabilité des équations de Schrödinger

- Transformations de Darboux et critères galoisiens d'intégralité des équations de Schrödinger (thèse P. Acosta-Humanez) [13].

Quelques projets en cours. Développement d'une version pleinement algorithmique du critère galoisien variationel de Morales-Ramis-Simo. Application de nos formes réduites à des mesures de dimension de groupes des variationelles pour obtenir des critères plus forts de non-intégrabilité à la Casale-Malgrange et des méthodes de mesure de l'impact dynamiques des objets galoisiens.

5.3 Applications aux équations différentielles de la physique statistique

Application des méthodes de théorie de Galois différentielle algorithmique à la mécanique statististique (avec J-M. Maillard et nombreux co-auteurs) dans la suite d'articles [15, 10, 9, 6, 8]. De nombreux modèles de mécanique statistique sur réseaux s'expriment comme intégrales multiples à un paramètre et sont rationnellement holonomes en ce paramètre, i.e sont solutions d'opérateurs différentiels linéaires (« opérateurs d'Ising »). Il s'agit, en décortiquant ces opérateurs par les méthodes algébriques et galoisiennes, de faire ressortir les structures algébro-géométriques sous-jacentes aux modèles de la mécanique statistique.

Dans [6, 8], nous étudions les fonctions de corrélation à deux points du modèle d'Ising, solutions d'une σ-forme de l'équation de Painlevé VI. Ceci permet une étude d'une classe nouvelle de solutions D-finies de la σ-forme de Painlevé VI. L'interprétation physique (représentation des fonctions de corrélations et facteurs de forme comme déterminants de Toeplitz) en permet une représentation algorithmique comme polynômes en des fonctions elliptiques et d'obtenir plusieurs généralisations.

Dans [10, 15, 9], nous faisons d'abord apparaitre le caractère globalement nilpotent des opérateurs d'Ising. L'exploration des décompositions et factorisations (structure en « poupées russes ») fait apparaitre des structures algébro-géométriques sous-jacentes spectaculaires (courbes elliptiques, formes modulaires, etc). Des investigations similaires sur d'autres modèles de mécanique sur réseau font apparaitre les mêmes structures géométriques et permettent de conjecturer des représentations intégrales pour ces modèles. En détaillant les factorisations des opérateurs χ_n de la susceptibilité magnétique du modèle d'Ising, on voit apparaitre des formes modulaires associées aux courbes elliptiques apparaissant dans le modèle. De plus, on voit apparaître des opérateurs de Calabi-Yau (avec des symétries miroir) qui généralisent les aspect modulaires déjà observés.

Quelques projets en cours. Cette exploration continue, notamment par l'étude fine des structures d'auto-dualités qu'on trouve dans les opérateurs d'Ising (en préparation) et une étude des transformations élémentaires qui pourraient engendrer les phénomènes déjà observés.

Références

Revues Internationales à Comité de Lecture

[1] Felix Ulmer and Jacques-Arthur Weil. Note on Kovacic's algorithm. *J. Symbolic Comput.*, 22(2) : 179–200, 1996.

[2] Mark van Hoeij and Jacques-Arthur Weil. An algorithm for computing invariants of differential Galois groups. *J. Pure Appl. Algebra*, 117/118 :353–379, 1997.

[3] Mark van Hoeij, Jean-François Ragot, Felix Ulmer, and Jacques-Arthur Weil. Liouvillian solutions of linear differential equations of order three and higher. *J. Symbolic Comput.*, 28(4-5) : 589–609, 1999.

[4] Elie Compoint and Jacques-Arthur Weil. Absolute reducibility of differential operators and Galois groups. *J. Algebra*, 275(1) : 77–105, 2004.

[5] Andrzej J. Maciejewski, Maria Przybylska, and Jacques-Arthur Weil. Non-integrability of the generalized spring-pendulum problem. *J. Phys. A*, 37(7) : 2579–2597, 2004.

[6] S. Boukraa, S. Hassani, J.-M. Maillard, B. M. McCoy, J.-A. Weil, and N. Zenine. Painlevé versus Fuchs. *J. Phys. A*, 39(39) : 12245–12263, 2006.

[7] Delphine Boucher and Jacques-Arthur Weil. About the non-integrability in the Friedmann-Robertson-Walker cosmological model. *Braz. J. Phys.*, 37(2a) : 398–405, 2007.

[8] S. Boukraa, S. Hassani, J.-M. Maillard, B. M. McCoy, J.-A. Weil, and N. Zenine. Fuchs versus Painlevé. *J. Phys. A*, 40(42) :12589–12605, 2007.

[9] A. Bostan, S. Boukraa, S. Hassani, J.-M. Maillard, J.-A. Weil, and N. Zenine. Globally nilpotent differential operators and the square Ising model. *J. Phys. A*, 42(12) :125206, 50, 2009.

[10] A. Bostan, S. Boukraa, S. Hassani, J.-M. Maillard, J.-A. Weil, N. Zenine, and N. Abarenkova. Renormalization, isogenies, and rational symmetries of differential equations. *Adv. Math. Phys.*, pages Art. ID 941560, 44p, 2010.

[11] Elie Compoint, Marius van der Put, and Jacques-Arthur Weil. Effective descent for differential operators. *J. Algebra*, 324(1) :146–158, 2010.

[12] O. Pujol, J. P. Pérez, J. P. Ramis, C. Simó, S. Simon, and J. A. Weil. Swinging atwood machine : experimental and numerical results, and a theoretical study. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 239(12) :1067–1081, 2010.

[13] Primitivo B. Acosta-Humanez, Juan J. Morales-Ruiz, and Jacques-Arthur Weil. Galoisian approach to integrability of Schrödinger equation. *Reports on Mathematical Physics*, 67(3) :305 – 374, 2011.

[14] Ainhoa Aparicio Monforte and Jacques-Arthur Weil. A reduced form for linear differential systems and its application to integrability of hamiltonian systems. *J. Symb. Comput.*, To appear, 2011. arXiv :0912.3538v1.

[15] A. Bostan, S. Boukraa, S. Hassani, M. van Hoeij, J.-M. Maillard, J.-A. Weil, and N. Zenine. The Ising model : from elliptic curves to modular forms and Calabi-Yau equations. *J. Phys. A*, 44(4) :045204, 44, 2011.

Conférences Internationales à Comité de Lecture

[16] Jacques-Arthur Weil. The use of the special semi-groups for solving differential equations. In *Proceedings of the international symposium on Symbolic and algebraic computation*, ISSAC '94, pages 341–347, New York, NY, USA, 1994. ACM.

[17] Jacques-Arthur Weil. First integrals and Darboux polynomials of homogeneous linear differential systems. In *Applied algebra, algebraic algorithms and error-correcting codes (Paris, 1995)*, volume 948 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 469–484. Springer, Berlin, 1995.

[18] Manuel Bronstein, Thom Mulders, and Jacques-Arthur Weil. On symmetric powers of differential operators. In *Proceedings of the 1997 International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation (Kihei, HI)*, pages 156–163 (electronic), New York, 1997. ACM.

[19] Mark van Hoeij and Jacques-Arthur Weil. Solving second order differential equations with Klein's theorem. In *ISSAC 2005 (Beijing)*. ACM, New York, 2005.

[20] Ainhoa Aparicio-Monforte, Moulay A. Barkatou, Sergi Simon, and Jacques-Arthur Weil. Formal first integrals along solutions of differential systems i. In *Proceedings of the 36th international symposium on Symbolic and algebraic computation*, ISSAC '11, pages 19–26, New York, NY, USA, 2011. ACM.

Chapitres de Livres (avec Comité de Lecture)

[21] Delphine Boucher and Jacques-Arthur Weil. Application of J.-J. Morales and J.-P. Ramis' theorem to test the non-complete integrability of the planar three-body problem. In *From combinatorics to dynamical systems*, volume 3 of *IRMA Lect. Math. Theor. Phys.*, pages 163–177. de Gruyter, Berlin, 2003.

[22] Moulay A. Barkatou, Thomas Cluzeau, and Jacques-Arthur Weil. Factoring partial differential systems in positive characteristic. In *Differential equations with symbolic computation*, Trends Math., pages 213–238. Birkhäuser, Basel, 2005. With an appendix by Marius van der Put.

[23] Ainhoa Aparicio-Monforte and Jacques-Arthur Weil. A reduction method for higher order variational equations of hamiltonian systems. In *Symmetries and Related Topics in Differential and Difference Equations*, volume 549 of *Contemporary Mathematics*, pages 1–15. Amer. Math. Soc., Providence, RI, September 2011.

Articles Soumis

[24] Ainhoa Aparicio Monforte, Élie Compoint, and Jacques-Arthur Weil. A characterization of reduced forms of linear differential systems. Preprint (submitted January 2011, Revised October 2011).

Livres pédagogiques

[25] Jean-Pierre Marco, Philippe Thieullen, and Jacques-Arthur Weil. *Mathématiques L2 (Cours complet avec 700 tests et exercices corrigés, 838p).* Pearson, 2007.

[26] Jacques-Arthur Weil and Alain Yger. *Mathématiques L3 - Mathématiques appliquées (Cours complet avec 500 tests et exercices corrigés, 890p et Dvd).* Pearson, 2009.

Vulgarisation, Cours, Diffusion

[27] Felix Ulmer and Jacques-Arthur Weil. On Kovacic's algorithm. *Sigsam Bulletin*, 29(2), April 1995.

[28] Jacques-Arthur Weil, Ariane Germa-Péladan, François Ollivier, and Shih Jirung-Albert. Quelques approches algébriques effectives des phénomènes différentiels. In F. Murat & J.L Colliot-Thélène, editor, *Images des Mathématiques 95*. Éditions du CNRS, 1995.

[29] Jacques-Arthur Weil. Calcul formel pour les équations différentielles linéaires. In C. Sabbah, editor, *Journées X-UPS 97*. École Polytechnique, 1997.

[30] Jacques-Arthur Weil. Cours "introduction to differential algebra and differential galois theory". In *École CIMPA "Théorie du contrôle et systèmes intégrables" (Hanoi)*, 26 Novembre – 7 décembre, 2001.

[31] Delphine Boucher and Jacques-Arthur Weil. Cours "Linear differential equations, differential Galois groups, first integrals of differential systems.". In *Journées Nationales de Calcul Formel*, page 50, Novembre 2007.

[32] Felix Ulmer and Jacques-Arthur Weil. Some methods to solve linear differential equations in closed form. In *Algebraic theory of differential equations*, volume 357 of *London Math. Soc. Lecture Note Ser.*, pages 83–110. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2009.

La plupart de ces textes, et quelques liens utiles, peuvent se trouver sur ma page web :

`http://www.unilim.fr/pages_perso/jacques-arthur.weil`